

Exo 3

1.

2.

3.

Il faut vérifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}^* =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$
 * Sur $]-\infty, 0[$, $f(x) = (x+1)^2$ qui est polynomiale donc continue et dérivable sur \mathbb{R} .
 \Rightarrow continue et dérivable sur $]-\infty, 0[\subset \mathbb{R}$

~~sa dérivée~~ sa dérivée est $f'(x) = 2(x+1)$

* Sur $]0, +\infty[$, $f(x) = 2 \ln(x+1) + 1$

On note $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $v:]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto 2x+1$ $x \mapsto \ln(x+1)$

On a alors $f(x) = u \circ v(x)$ comme $]0, +\infty[\subset]-1, +\infty[$

on en déduit que f est continue sur $]0, +\infty[$
 comme composée de 2 fonctions continues. De même pour la dérivabilité.

sa dérivée est $f'(x) = v'(x) \times u'(v(x))$

or $u'(x) = 2$ et $v'(x) = \frac{1}{x+1}$ car

$$\left[\begin{array}{l} \text{En posant } w(x) = x+1, w'(x) = 1 \\ r(x) = \ln(x), r'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = r \circ w(x) \\ \Rightarrow v'(x) = w'(x) r'(w(x)) \\ = 1 \times \frac{1}{x+1} \end{array} \right.$$

d'où $f'(x) = \frac{2}{x+1}$

Comme f est dérivable sur \mathbb{R}^* et en 0, f est dérivable sur \mathbb{R}

et on a

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{si } x > 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ 2 \ln(x+1) + 1 & \end{cases} \quad (\rightarrow \text{résultat du 2.})$$