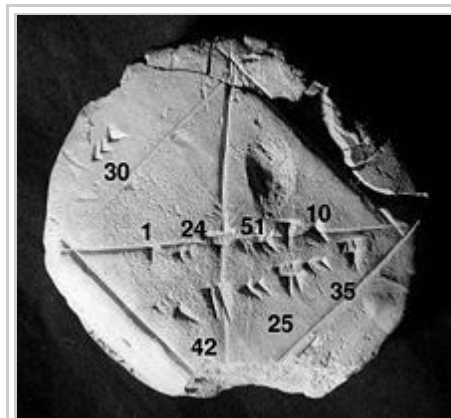


YBC 7289

La **tablette d'argile YBC 7289** (abréviation de *Yale Babylonian Collection*, n° 7289) est une pièce archéologique de la période paléo-babylonienne écrite en cunéiforme et traitant de mathématiques. Son intérêt réside dans le fait qu'elle est la plus ancienne représentation connue d'une valeur approchée de la racine carrée de deux, notée aujourd'hui $\sqrt{2}$. Depuis 1912, elle est en possession de l'université Yale.



Photographie de la tablette YBC 7289 avec des annotations traduisant les nombres écrits dans le système babylonien.
(Crédit : Bill Casselman)

Sommaire

- 1 Description
- 2 Histoire
- 3 Analyse
 - 3.1 Pourquoi 30 ?
- 4 Calcul
- 5 Notes et références
 - 5.1 Notes
 - 5.2 Références
- 6 Voir aussi


Description


Cette tablette a la forme d'un disque d'environ 8 cm de diamètre et 8 mm d'épaisseur.

Une face représente un carré et ses diagonales. Sur un côté de ce carré, on peut lire le chiffre suivant, dans le système sexagésimal babylonien :

⌞ signifiant : (30)

À l'intérieur, le long d'une diagonale, se trouvent les deux séries de chiffres :


 signifiant : (1, 24, 51, 10)


 signifiant : (42, 25, 35)

Au revers, on distingue les traces grandement effacées d'un problème qui

semble concerner un rectangle de dimension 3×4 et diagonale 5^1 .

Histoire

YBC 7289 est datée du premier tiers du II^e millénaire av. J.-C. (-1700 ± 100). On ne connaît pas son origine exacte ; elle provient sans doute du sud de l'Irak actuel.

Elle a été achetée vers 1912 et publiée pour la première fois en 1945. Elle est actuellement conservée à l'université Yale.

Analyse

La forme et les dimensions de la tablette laissent supposer qu'elle a été écrite, dans le sud de l'Irak actuel, par un apprenti scribe utilisant des valeurs connues issues d'une liste². De telles tablettes, rondes et petites (entre 8 et 12 cm en général) tenaient aisément dans la main.

Le système babylonien de numération étant sexagésimal, on peut interpréter les suites qui apparaissent sur la tablette par les trois nombres suivants :

- $a = 1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 30547/21600$, interprétation de la suite 1 ; 24 ; 51 ; 10
- $b = 42 + 25/60 + 35/60^2 = 30547/720$, interprétation de la suite 42 ; 25 ; 35
- $c = 30$.

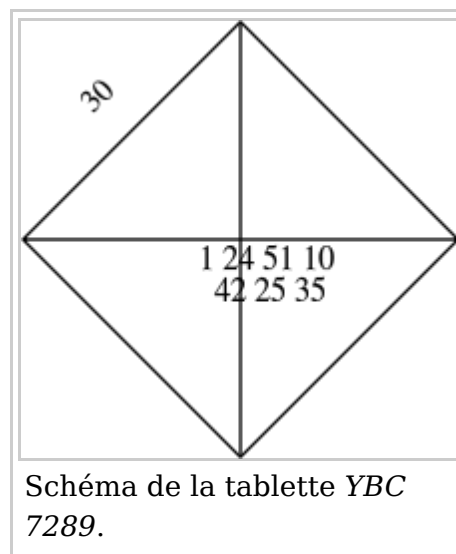
Ils sont liés par la relation $b = a \times c$.

Le nombre c est noté près d'un côté du carré, les deux autres étant situés le long d'une diagonale. D'autre part, le théorème « de Pythagore » a pour conséquence que le rapport b / c entre la diagonale b et le côté c d'un carré est égal à la racine carrée de deux. La suite 1 ; 24 ; 51 ; 10, correspondant au nombre $a = b / c$, peut donc être interprétée comme une valeur approchée de $\sqrt{2}$. Un calcul de valeurs approchées décimales donne :

- $a = 30547/21600 \approx 1,41421296$
- $\sqrt{2} \approx 1,41421356$

La précision du calcul de la racine carrée de deux par les Babyloniens est donc (si on le transpose dans le système décimal) de l'ordre du millionième près, soit six décimales.

La tablette YBC 7243, qui donne des listes de nombres, contient, dans sa



dixième ligne³ :

« 1 24 51 10, la diagonale du carré »

sous-entendu : il faut multiplier le côté du carré par 1 24 51 10 pour obtenir sa diagonale. La tablette YBC 7289 consistait peut-être à calculer la diagonale d'un carré de côté 30 à partir d'une liste semblable à celle de YBC 7283, éventuellement apprise par cœur.

Pourquoi 30 ?

Le système de numération babylonien ne permet pas de noter la valeur exacte d'un nombre, mais seulement celle-ci à un exposant 60 près⁴. Ainsi « » peut-il signifier 30 comme 30×60 , 30×60^2 ou $30/60$, c'est-à-dire $1/2$, etc.

Une hypothèse « sûrement moins arbitraire »⁵ est que le « 30 » pourrait représenter le nombre $1/2$. Le nombre « » « » « » représenterait alors $\sqrt{2}/2$, soit $1/\sqrt{2}$. Ainsi, la tablette donnerait (en valeur approchée) le couple de nombres inverses l'un de l'autre : $\sqrt{2}$ et $1/\sqrt{2}$. Cette hypothèse est confortée par le fait que de tels couples de nombres apparaissent souvent dans les tablettes mathématiques babyloniennes : les scribes, plutôt que de diviser, multipliaient par l'inverse et de nombreuses tablettes contenant des listes de nombres et leurs inverses ont été retrouvées⁵.

Cette hypothèse est parfois évoquée⁶ mais peut aussi être remise en question. Ainsi David Fowler ^(en) et Eleanor Robson voient dans cette tablette le calcul d'un élève sur la diagonale d'un carré de côté 30 ninda⁷, le 30 provenant cette fois du fait que le carré étudié serait un carré *classique*, intervenant dans de nombreux problèmes, inscrit dans un carré de côté 1 UŠ, c'est-à-dire 60 ninda. Le premier nombre sur la diagonale serait alors un coefficient multiplicateur (approximation de $\sqrt{2}$) recopié à partir d'une table et le second une longueur exprimée en ninda⁷.

Calcul

La tablette ne donne aucune indication à propos de la méthode utilisée pour obtenir cette approximation. Une hypothèse est que celle-ci a été obtenue par une méthode itérative mathématiquement équivalente à celle connue plus tard sous le nom de méthode de Héron. Fowler et Robson ont proposé une reconstitution⁸ s'appuyant d'une part sur certains calculs décrits dans d'autres tablettes, d'autre part sur des justifications géométriques par « coupé-collé » d'aires dont, à la suite des travaux de Jens Hoyrup, beaucoup d'historiens¹⁰ pensent qu'elles sous-tendent les calculs des mathématiques de l'époque¹⁰. Cependant jusqu'à présent¹¹, il n'existe aucune preuve d'un tel processus itératif.

Notes et références

Notes

1. Eleanor Robson, « Mesopotamian mathematics », in Victor J. Katz, *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam, A sourcebook*, Princeton University Press, 2007, p. 143
2. Fowler et Robson 1998, p. 366
3. Fowler et Robson 1998, p. 372
4. Cela ressemble à la notation de nos calculatrices contemporaines avec mantisse et exposant. Les Babyloniens ne retenaient que la mantisse à condition qu'elle ne se termine pas par un zéro et ne notaient pas l'exposant qu'ils conservaient mentalement. En fait, vue d'un œil moderne nous dirions que les Babyloniens calculaient en virgule flottante.
5. Fowler et Robson 1998, p. 368
6. Fowler et Robson 1998, p. 368 citent le nom de Jöran Friberg ^(de)
7. En métrologie mésopotamienne, le ninda vaut environ 6 m Modèle:Harvp
8. Fowler et Robson 1998, p. 369-370
9. Fowler et Robson 1998, p. 370-376
10. Christiane Proust, présentation du livre de Høyrup, 2002 *Lenghts, Widths, Surfaces. A portrait of Old Babylonian algebra and its kin*, en ligne sur le site educmath (<http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/lecture/repertoire/hoyrup/>).
11. 1998

Références

- (en) John J. O'Connor et Edmund F. Robertson, « Pythagoras's theorem in Babylonian mathematics », dans *MacTutor History of Mathematics archive*, université de St Andrews, 2000 (lire en ligne (http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistTopics/Babylonian_Pythagoras.html)).
- (en) David Fowler ^(en) et Eleanor Robson, « Square Root Approximations in Old Babylonian Mathematics : YBC 7289 in Context », *Historia Mathematica*, vol. 25, 1998, p. 366-378 (lire en ligne (<http://www.hps.cam.ac.uk/people/robson/fowler-square.pdf>))

Étude complète de la tablette, mise en contexte historique et explications probables des méthodes utilisées à l'époque pour obtenir la valeur approchée de $\sqrt{2}$ utilisée dans YBC 7289.

Voir aussi

- Une analyse de la tablette YBC7289 (<http://bibnum.education.fr/mathematiques/tablette-ybc-7289#>) sur le site Bibnum (textes fondateurs de la science)
- (en) Photos de YBC 7289 (<http://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/ybc/ybc.html>) de Bill Casselman (des photos de bonne qualité)

Sur les autres projets Wikimedia :

Tablette d'argile YBC 7289
(https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:YBC_7289?uselang=fr),
sur Wikimedia Commons

Ce document provient de « https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=YBC_7289&oldid=117334701 ».

Dernière modification de cette page le 31 juillet 2015 à 01:56.

Droit d'auteur : les textes sont disponibles sous licence Creative Commons paternité partage à l’identique ; d’autres conditions peuvent s’appliquer. Voyez les conditions d’utilisation pour plus de détails, ainsi que les crédits graphiques. En cas de réutilisation des textes de cette page, voyez comment citer les auteurs et mentionner la licence.

Wikipedia® est une marque déposée de la Wikimedia Foundation, Inc., organisation de bienfaisance régie par le paragraphe 501(c)(3) du code fiscal des États-Unis.