Exercice

Ecrire la fonction Lagrange permettant de calculer $\mathcal{P}_n$ (polynôme d'interpolation de Lagrange associé aux $n+1$ points $(x_i, y_i)_{i\in[\![0,n]\!]}$) au point $t \in \mathbb{R}$.

Correction Exercice

But : Calculer le polynôme $\mathcal{P}_n(t)$ définit par (4.4)

Données : $\boldsymbol{X}$: vecteur/tableau de $\mathbb{R}^{n+1}$, $X(i) = x_{i-1}$ $\forall i \in [\![1, n+1]\!]$ et $X(i) \neq X(j)$ pour $i \neq j$,

$\boldsymbol{Y}$: vecteur/tableau de $\mathbb{R}^{n+1}$, $Y(i) = y_{i-1}$ $\forall i \in [\![1, n+1]\!]$,

t : un réel.

Résultat : y : le réel $y = \mathcal{P}_n(t)$.

On obtient alors l'algorithme final

Algorithme 1 Fonction LAGRANGE permettant de calculer le polynôme d'interpolation de Lagrange $\mathcal{P}_n(x)$ définit par (4.4)

Données : $\boldsymbol{X}$: vecteur/tableau de $\mathbb{R}^{n+1}$, $X(i) = x_{i-1}$ $\forall i \in [\![1, n+1]\!]$ et $X(i) \neq X(j)$ pour $i \neq j$,
$\boldsymbol{Y}$: vecteur/tableau de $\mathbb{R}^{n+1}$, $Y(i) = y_{i-1}$ $\forall i \in [\![1, n+1]\!]$,
t : un réel.

Résultat : y : le réel $y = \mathcal{P}_n(t)$.

Fonction $y \leftarrow$ LAGRANGE (t, X, Y)
  $y \leftarrow 0$
  Pour $i \leftarrow 1$ **à** $n+1$ **faire**
    $L \leftarrow 1$
    Pour $j \leftarrow 1$ **à** $n+1$, $(j \sim= i)$ **faire**
      $L \leftarrow L * (t - X(j))/(X(i) - X(j))$
    Fin Pour
    $y \leftarrow y + Y(i) * L$
  Fin Pour
  return y
Fin Fonction

$\diamond$