

FEUILLE D'EXERCICES - ALGORITHMIQUE NUMÉRIQUE

EXERCICE 1

Ecrire une fonction **polynome** permettant de calculer

$$y = \sum_{i=1}^n a_i x^i.$$

EXERCICE 2

Ecrire une fonction **PM** permettant de calculer

$$y = \prod_{i=1}^m a_i \sin(x^i)$$

EXERCICE 3

Ecrire les fonctions **PS** et **SP** permettant de calculer respectivement

$$y = \prod_{i=1}^m a_i \sum_{j=1}^n b_j \sin((2j\pi/n)x^i)$$

et

$$y = \sum_{i=1}^m a_i \prod_{j=1}^n b_j \sin((2j\pi/n)x^i)$$

EXERCICE 4

On veut calculer

$$I = \prod_{k=0}^n \left(\alpha_k \sum_{i=0}^p \cos\left(\frac{2\pi}{k+i}x\right) + \beta_k \sum_{i=0}^q \prod_{\substack{j \neq k \\ j=0}}^q \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right)$$

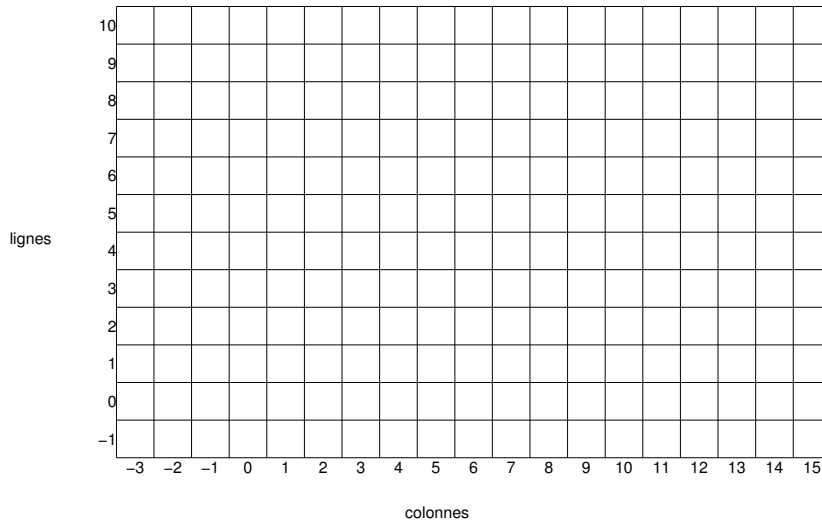
Q. 1 Quelles sont les données minimales permettant de calculer I ▪

Q. 2 Ecrire en langage algorithmique la fonction `calculI` permettant de calculer I ▪

EXERCICE 5

On dispose d'un quadrillage quelconque généré par la fonction `quadrillage(imin,imax,jmin,jmax)` dont voici un exemple d'utilisation

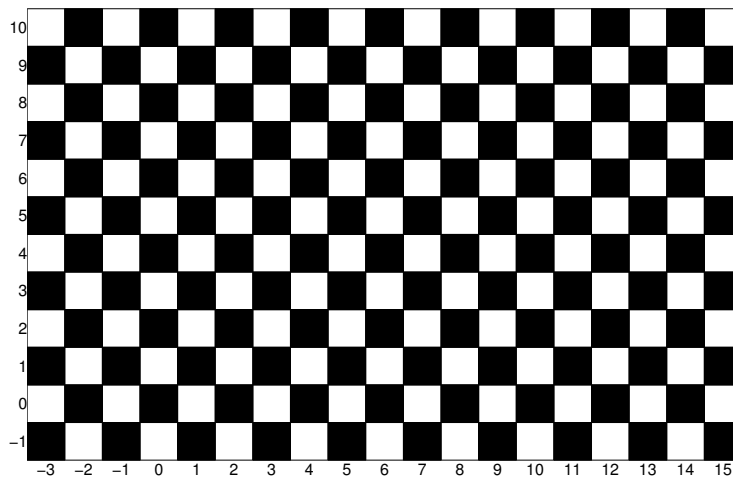
Quadrillage(-1,10,-3,15)



On dispose de plus d'une fonction `black(i,j)` qui dessine un pavé noir en ligne i et colonne j d'un quadrillage.

Q. 1 Ecrire une fonction `Damier` permettant de créer un damier quelconque sachant que le pavé en bas à gauche d'un quadrillage est noir. Voici une représentation pour le quadrillage précédent :

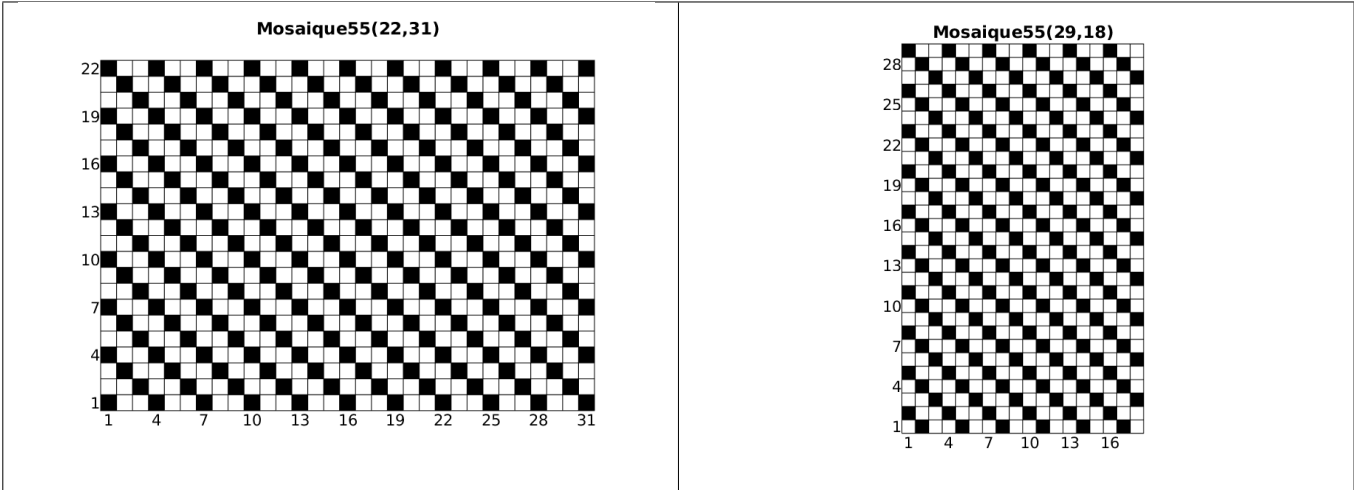
Damier(-1,10,-3,15)



■

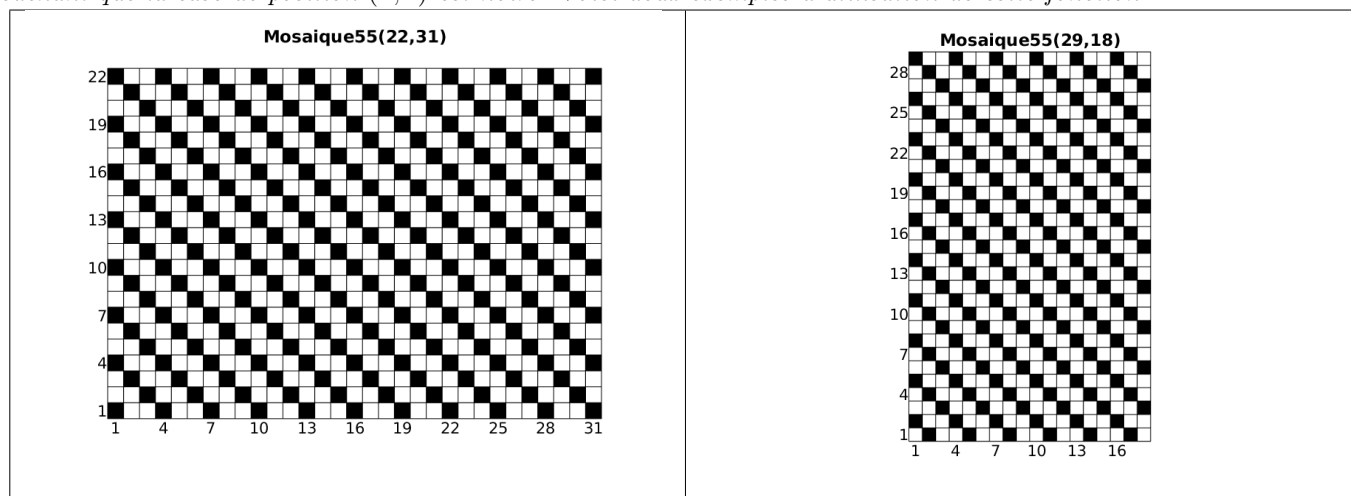
EXERCICE 6

Q. 1 Ecrire la fonction `Mosaique55(n,m)` permettant de créer une mosaïque sur le quadrillage `Quadrillage(1,n,1,m)` sachant que la case de position $(n, 1)$ est noire. Voici deux exemples d'utilisation de cette fonction:

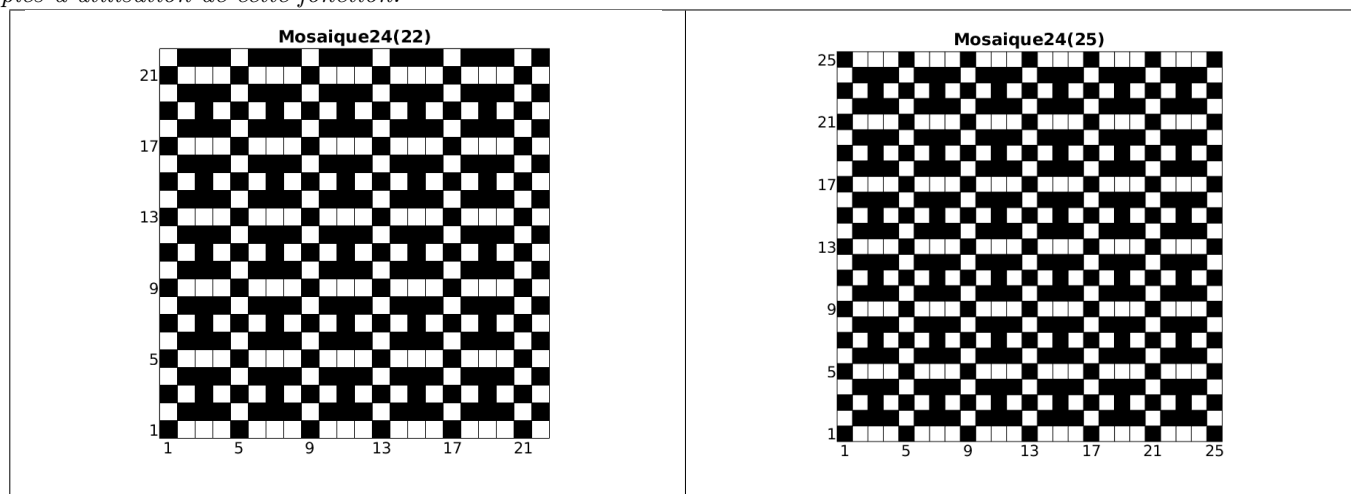


EXERCICE 7

Q. 1 Ecrire la fonction `Mosaique55(n,m)` permettant de créer une mosaïque sur le quadrillage `Quadrillage(1,n,1,m)` sachant que la case de position $(n, 1)$ est noire. Voici deux exemples d'utilisation de cette fonction:



Q. 2 Ecrire la fonction `Mosaique24(n)` permettant de créer une mosaïque sur le quadrillage `Quadrillage(1,n,1,n)` sachant que la ligne 1 est composée de la séquence noir,blanc,blanc,blanc,noir,blanc,blanc,blanc, ... Voici deux exemples d'utilisation de cette fonction:



EXERCICE 8

Q. 1 Ecrire une fonction `DisReg` permettant de d'obtenir une discrétisation régulière de l'intervalle $[a, b]$ ($a < b$) en $n + 1$ points.

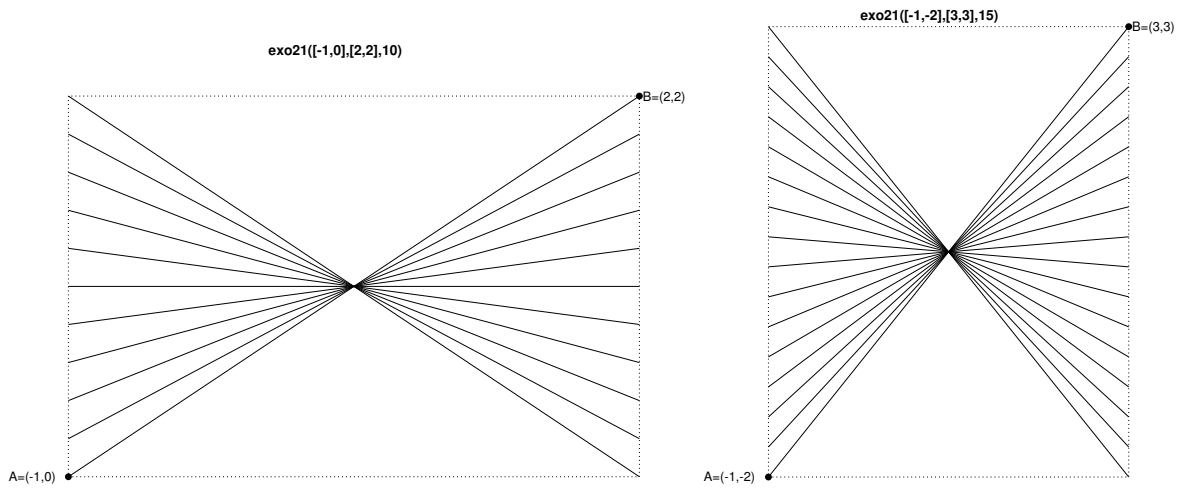
Soient $A = (x_A, y_A)$ et $B = (x_B, y_B)$ deux points du plan tels que $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$. Ces deux points permettent de définir le rectangle de sommets A , (x_B, y_A) , B et (x_A, y_B) .

On suppose que pour tracer un trait entre les points A et B , on dispose de la commande `plot([x_A, x_B], [y_A, y_B])`.

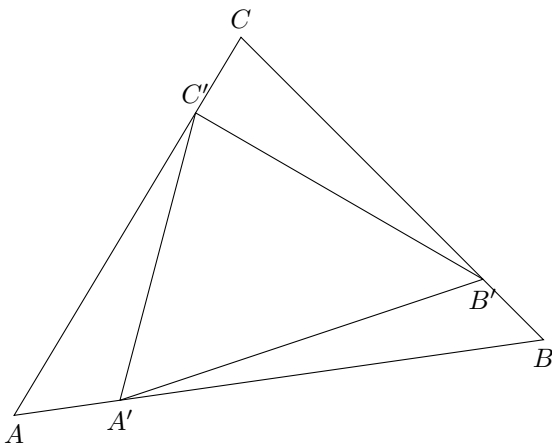
Q. 2 Ecrire une fonction `exo21` de paramètres A , B et n permettant de

- représenter les bords du rectangle,
- relier les points des bords gauche et droit, dont les ordonnées sont une discrétisation régulière en $n + 1$ points, et passant par le centre de symétrie du rectangle.

Deux exemples d'utilisation de cette fonction sont donnés ci-dessous :



EXERCICE 9



Soit T un triangle de sommets A, B et C . A partir de ce triangle on peut construire un nouveau triangle de sommets A', B' et C' vérifiant

$$\overrightarrow{AA'} = x\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BB'} = x\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{CC'} = x\overrightarrow{CA}$$

avec x un réel compris strictement entre 0 et 1.

L'objectif est, pour un x fixé, d'itérer n fois ce processus de construction en partant à chaque itération du dernier triangle construit et de représenter l'ensemble des triangles.

Q. 1 (3 pts) Ecrire une fonction *Algorithmique triangles* permettant à partir des trois sommets A, B, C d'un triangle initial quelconque non réduit à une droite ou un point, de représenter ce triangle ainsi que les n triangles obtenus par le processus de construction décrit ci-dessus avec un x donné dans $]0, 1[$. On dispose pour cela de la fonction `plot` ($[x_A, x_B], [y_A, y_B]$) permettant de tracer le segment $[A, B]$ du plan avec $A = (x_A, y_A)$ et $B = (x_B, y_B)$. Voici deux exemples d'utilisation de cette fonction:

