

## EXERCICE

**Q. 1** *Ecrire une fonction algorithmique **WEIGHTSPOINTSNC** retournant les  $(n+1)$  points et les  $(n+1)$  poids de la formule de quadrature élémentaire de Newton-Cotes à  $(n+1)$  points.* □

---

**Algorithme 1** Fonction **WEIGHTSPOINTSNC** retournant le tableau de points  **$\mathbf{x}$**  donnés correspondant à la discrétisation régulière intervalle  $[a, b]$ . et le tableau des poids  **$\mathbf{w}$**  associé à un

---

**Données :**  $a, b$  : deux réels,  $a < b$ ,  
 $n$  :  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Résultat :**  **$\mathbf{x}$**  : vecteur de  $\mathbb{R}^{n+1}$  avec  $\mathbf{x}(i) = x_{i-1}, \forall i \in \llbracket 1, n+1 \rrbracket$   
et  $x_{i-1} = a + (i-1)h, h = (b-a)/n$ ,  
 **$\mathbf{w}$**  : vecteur de  $\mathbb{R}^{n+1}$  avec  $\mathbf{w}(i) = w_{i-1}, \forall i \in \llbracket 1, n+1 \rrbracket$

**R. 1** 1: Fonction  **$[\mathbf{x}, \mathbf{w}] \leftarrow \text{WEIGHTSPOINTSNC}(a, b, n)$**

2:  **$\mathbf{x} \leftarrow a : (b-a)/n : b$**

3:  **$\mathbf{w} \leftarrow \text{WEIGHTSFROMPOINTS}(\mathbf{x}, a, b)$**

4: **Fin Fonction**

---

**Q. 2** Ecrire une fonction algorithmique **QUADELEMNC** retournant la valeur de  $\mathcal{Q}_n(f, a, b)$  correspondant à la formule de quadrature élémentaire de Newton-Cotes à  $(n + 1)$  points. □

---

**R. 2** On a de manière générique l’algorithme suivant:

---

**Algorithme 2** Fonction **QUADELEMG** retourne la valeur de  $I = (b - a) \sum_{j=0}^n w_j f(x_j)$ .

---

**Données :**  $f$  : une fonction définie de  $[a, b]$  dans  $\mathbb{R}$ ,  
 $a, b$  : deux réels avec  $a < b$   
 $\mathbf{x}$  : vecteur de  $\mathbb{R}^{n+1}$  contenant  $(n + 1)$  points distincts deux à deux dans un intervalle  $[a, b]$  avec la convention  $\mathbf{x}(i) = x_{i-1}, \forall i \in \llbracket 1, n + 1 \rrbracket$   
 $\mathbf{w}$  : vecteur de  $\mathbb{R}^{n+1}$  tel que  $\mathbf{w}(i) = w_{i-1}, \forall i \in \llbracket 1, n + 1 \rrbracket$

**Résultat :**  $I$  : un réel

```
1: Fonction  $I \leftarrow$  QUADELEMG (  $f, a, b, \mathbf{x}, \mathbf{w}$  )  
2:    $I \leftarrow 0$   
3:   Pour  $i \leftarrow 1$  à LENGTH( $\mathbf{x}$ ) faire  
4:      $I \leftarrow I + \mathbf{w}(i) * f(\mathbf{x}(i))$   
5:   Fin Pour  
6:    $I \leftarrow (b - a) * I$   
7: Fin Fonction
```

---

On peut noter que si l’on dispose de la fonction  $s \leftarrow \text{DOT}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  correspondant au produit scalaire de deux vecteurs du même espace alors

on a directement

$$I \leftarrow (b - a) * \text{DOT}(\mathbf{w}, f(\mathbf{x})).$$

---

**Algorithme 3** Fonction **QUADELEMGEN** retourne la valeur de  $I = (b - a) \sum_{j=0}^n w_j f(x_j)$  où les poids  $w_i$  et les points  $x_i$  sont ceux définis par la formule de quadrature élémentaire de Newton-Cotes

---

**Données :**  $f$  : une fonction définie de  $[a, b]$  dans  $\mathbb{R}$ ,  
 $a, b$  : deux réels avec  $a < b$ ,  
 $n$  :  $n \in \mathbb{N}^*$

**Résultat :**  $I$  : un réel

- 1: **Fonction**  $I \leftarrow \text{QUADELEMNC} (f, a, b, n)$
  - 2:  $[\mathbf{x}, \mathbf{w}] \leftarrow \text{WEIGHTSPOINTSNC}(a, b, n)$
  - 3:  $I \leftarrow \text{QUADELEMGEN}(f, a, b, \mathbf{x}, \mathbf{w})$
  - 4: **Fin Fonction**
- 

