

Ingénieurs MACS 2 - TP F.E.M. (S8)

Éléments finis \mathbb{P}_1 -Lagrange en dimension ≥ 1 : épisode 4

Local vs Global

François Cuvelier

Laboratoire d'Analyse Géométrie et Applications
Institut Galilée
Université Paris XIII.

2022/03/25

Prérequis

épisodes 1 à 3.

Objectif :

- maîtriser la notion de numérotation locale et globale des points d'un maillage élémentaire,
- passage des matrices de Masse locales aux matrices de Masse globales,
- maîtriser l'écriture de fonctions Matlab/Octave avec des paramètres optionnels en entrée et un nombre variable d'arguments en sortie.

Plan

- 1 Restriction et relèvement
- 2 Matrices globales
- 3 Jeu matriciel
- 4 Continuité ... ou pas
- 5 Etude d'un code

E_h maillage élémentaire d'un maillage Ω_h .

- **restriction** : Soit $v_h \in V(\Omega_h)$, comment construire $u_h \in V(E_h)$ tel que $u_h = v_h|_{E_h}$
- **relèvement/prolongement** : Soit $u_h \in V(E_h)$, comment construire $v_h \in V(\Omega_h)$ tel que $v_h|_{E_h} = u_h$

Rappel, épisode 1 : numérotation **globale** d'un maillage

Soit E_h est un maillage élémentaire d'un maillage Ω_h , et on note

$$n_q = E_h.n_q, q = E_h.q, me = E_h.me, toGlobal = E_h.toGlobal, \dots$$

On a alors

$$q = \Omega_h.q(:, toGlobal)$$

Soit $i \in \llbracket 1, E_h.n_q \rrbracket$ et $r = toGlobal(i)$, ($r \in \llbracket 1, \Omega_h.n_q \rrbracket$).

$$E_h.\varphi_i = \Omega_h.\varphi_{r|E_h} \Leftrightarrow E_h.\varphi_i(\mathbf{x}) = \Omega_h.\varphi_r(\mathbf{x}), \forall \mathbf{x} \in E_h$$

Notons $\mathcal{I}_G = E_h.toGlobal$ (indices globaux), $\mathcal{I}_L = \llbracket 1, E_h.n_q \rrbracket$ (indices locaux) et \mathcal{F} la **bijection**

$$\mathcal{F} : \begin{array}{l} \mathcal{I}_L \rightarrow \mathcal{I}_G \\ i \mapsto \mathcal{I}_G(i) \end{array}$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_G, \Omega_h.\varphi_{i|E_h} = E_h.\varphi_j, \text{ avec } j = \mathcal{F}^{-1}(i).$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_G, \Omega_h.\varphi_{i|E_h} = E_h.\varphi_j, \text{ avec } j = \mathcal{F}^{-1}(i).$$

Soient $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{E_h.n_q}$ et $u_h \in V(E_h)$. Alors $\forall \mathbf{x} \in E_h$,

$$u_h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{E_h.n_q} U_j(E_h.\varphi_j)(\mathbf{x}) = \sum_{j \in \mathcal{I}_L} U_j(E_h.\varphi_j)(\mathbf{x})$$

$$= \sum_{i \in \mathcal{I}_G} U_{\mathcal{F}^{-1}(i)}(\Omega_h.\varphi_{\mathcal{F}^{-1}(i)})(\mathbf{x})$$

On note $\mathcal{I}_G^c = \llbracket 1, \Omega_h.n_q \rrbracket \setminus \mathcal{I}_G$.

$$\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{\Omega_h.n_q} : \forall i \in \mathcal{I}_G, V_i = U_{\mathcal{F}^{-1}(i)}, \text{ et } \forall i \in \mathcal{I}_G^c, V_i = 0$$

$$v_h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\Omega_h.n_q} V_i(\Omega_h.\varphi_i)(\mathbf{x}) = \sum_{i \in \mathcal{I}_G \cup \mathcal{I}_G^c} V_i(\Omega_h.\varphi_i)(\mathbf{x}) = \sum_{i \in \mathcal{I}_G} V_i(\Omega_h.\varphi_i)(\mathbf{x})$$

$$\forall \mathbf{x} \in E_h, v_h(\mathbf{x}) = u_h(\mathbf{x}) \rightarrow v_h \text{ prolongement par 0 de } u_h \text{ dans } V(\Omega_h)$$

F.E.M.: épisode 4 [5 / 22] Local vs Global 1. Restriction et relèvement

Exo: Soient \mathbf{Th} un maillage (siMesh object) et \mathbf{Eh} un de ses maillages élémentaires (siMeshElt object). On a $\mathbf{u}=@(x,y) \cos(\pi*x).*\sin(\pi/3*y)$, $\mathbf{Ug}=\mathbf{Th.eval(u)}$ et $\mathbf{Ul}=\mathbf{Eh.eval(u)}$

- 1 Quelles sont les dimension de \mathbf{Ug} et \mathbf{Ul} ?
- 2 Quelle est la relation entre \mathbf{Ul} et \mathbf{Ug} ?
- 3 Comment s'écrit l'interpolation u_h de \mathbf{u} sur $\Omega_h = \mathbf{Th}$ en fonction de \mathbf{Ug} ?
- 4 Déterminer la restriction w_h de u_h à $V(E_h)$ à partir de \mathbf{Ug} .
- 5 Comment s'écrit l'interpolation v_h de \mathbf{u} sur \mathbf{Eh} en fonction de \mathbf{Ul} ?
- 6 Déterminer le prolongement par 0 dans \mathbf{Th} de la fonction de v_h à partir de \mathbf{Ul} .

☞ voir [ep04.ResProDom](#) et [ep04.ResProBd](#)

F.E.M.: épisode 4 [6 / 22] Local vs Global 1. Restriction et relèvement

Correction: Soient \mathbf{Th} un maillage (siMesh object) et \mathbf{Eh} un de ses maillages élémentaires. On a $\mathbf{u}=@(x,y) \cos(\pi*x).*\sin(\pi/3*y)$, $\mathbf{Ug}=\mathbf{Th.eval(u)}$ et $\mathbf{Ul}=\mathbf{Eh.eval(u)}$

- 1 Quelles sont les dimension de \mathbf{Ug} et \mathbf{Ul} ?
☞ resp. $(\mathbf{Th}.n_q, 1)$ et $(\mathbf{Eh}.n_q, 1)$
- 2 Quelle est la relation entre \mathbf{Ul} et \mathbf{Ug} ?
☞ $\mathbf{Ul}=\mathbf{Ug}(\mathbf{Eh.toGlobal})$
- 3 Comment s'écrit l'interpolation u_h de \mathbf{u} sur $\Omega_h = \mathbf{Th}$ en fonction de \mathbf{Ug} ?
☞ $u_h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\mathbf{Th}.n_q} \mathbf{Ug}(i) \times \mathbf{Th}.\varphi_i(\mathbf{x})$
- 4 Déterminer la restriction w_h de u_h à $V(E_h)$ à partir de \mathbf{Ug} .
☞ $\mathbf{W}=\mathbf{Ug}(\mathbf{Eh.toGlobal})$ et $w_h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\mathbf{Eh}.n_q} \mathbf{W}(j) \times \mathbf{Eh}.\varphi_j(\mathbf{x})$
- 5 Comment s'écrit l'interpolation v_h de \mathbf{u} sur \mathbf{Eh} en fonction de \mathbf{Ul} ?
☞ $v_h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\mathbf{Eh}.n_q} \mathbf{Ul}(j) \times \mathbf{Eh}.\varphi_j(\mathbf{x})$
- 6 Déterminer p_h , le prolongement par 0 dans \mathbf{Th} de la fonction de v_h , à partir de \mathbf{Ul} .
☞ $\mathbf{P}=\text{zeros}(\mathbf{Th}.n_q,1);\mathbf{P}(\mathbf{Eh.toGlobal})=\mathbf{Ul}$; et $p_h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\mathbf{Th}.n_q} \mathbf{P}(i) \times \mathbf{Th}.\varphi_i(\mathbf{x})$

On note $P_{E_h}^0 : V(E_h) \rightarrow V(\Omega_h)$ et $P_{E_h}^{0,D} : \mathbb{R}^{E_h \cdot n_q} \rightarrow \mathbb{R}^{\Omega_h \cdot n_q}$ respectivement le prolongement/relèvement par 0 d'une fonction de $V(E_h)$ dans $V(\Omega_h)$ et le relèvement discret associé. Soit $v_h \in V(E_h)$ donné par $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{E_h \cdot n_q}$:

$$v_h = \sum_{i=1}^{E_h \cdot n_q} V_i \cdot (E_h \cdot \varphi_i)$$

alors

$$P_{E_h}^0(v_h) = \sum_{j=1}^{\Omega_h \cdot n_q} U_j(\Omega_h \cdot \varphi_j) \quad \text{et} \quad P_{E_h}^{0,D}(\mathbf{V}) = \mathbf{U}$$

avec $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{\Omega_h \cdot n_q}$ tel que $U_{\mathcal{I}_G} = \mathbf{V}$ et $U_{\mathcal{I}_G^c} = 0$. ($\mathcal{I}_G = E_h \cdot \text{toGlobal}$, $\mathcal{I}_G^c = \llbracket 1, \Omega_h \cdot n_q \rrbracket \setminus \mathcal{I}_G$)

Exo:

- 1 Ecrire la fonction **relevement** retournant le vecteur \mathbf{U} à partir du \mathbf{V} associé à un maillage élémentaire E_h provenant d'un maillage Th .
- 2 Ecrire la fonction **restriction**, réciproque de la fonction précédente.

Ces fonctions seront enregistrées dans le répertoire `+siMeshElt`.

rappels : $\mathcal{I}_G = E_h \cdot \text{toGlobal}$ (indices globaux), $\mathcal{I}_L = \llbracket 1, E_h \cdot n_q \rrbracket$ (indices locaux) et \mathcal{F} la bijection

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathcal{I}_L &\rightarrow \mathcal{I}_G \\ i &\mapsto \mathcal{I}_G(i) \end{aligned}$$

$$\forall i \in \mathcal{I}_G, \quad \Omega_h \cdot \varphi_i|_{E_h} = E_h \cdot \varphi_j, \quad \text{avec } j = \mathcal{F}^{-1}(i).$$

Soit $\mathbb{A}^{h,L} \in \mathcal{M}_{E_h \cdot n_q}(\mathbb{R})$ une matrice d'assemblage (locale), $\forall (i, j) \in \mathcal{I}_L^2$,

$$\mathbb{A}_{i,j}^{h,L} \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{A}_h(E_h \cdot \varphi_j, E_h \cdot \varphi_i) = \mathcal{A}_h(\Omega_h \cdot \varphi_{\mathcal{F}(j)}|_{E_h}, \Omega_h \cdot \varphi_{\mathcal{F}(i)}|_{E_h})$$

$\mathbb{A}^{h,G} \in \mathcal{M}_{\Omega_h \cdot n_q}(\mathbb{R})$ la matrice d'assemblage (globale)

$$\mathbb{A}_{r,s}^{h,G} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \mathcal{A}_h(\Omega_h \cdot \varphi_s|_{E_h}, \Omega_h \cdot \varphi_r|_{E_h}), & \forall (r, s) \in \mathcal{I}_G^2, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Exo: Avec les notations précédentes, soient $\mathbf{U}^G \in \mathbb{R}^{\Omega_h \cdot n_q}$, $\mathbf{U}^L = \mathbf{U}^G(\mathcal{I}_G) \in \mathbb{R}^{E_h \cdot n_q}$ et $\mathbf{V}^G = \mathbb{A}^{h,G} \mathbf{U}^G$.

- 1 Montrer que $\mathbf{V}^G(\mathcal{I}_G^c) = 0$.
- 2 Montrer que $\mathbf{V}^G(\mathcal{I}_G) = \mathbb{A}^{h,L} \mathbf{U}^L$.

voir [ep04.MatGloDom](#) et [ep04.MatGloBd](#)

Plan

- 1 Restriction et relèvement
- 2 Matrices globales
- 3 Jeu matriciel
- 4 Continuité ... ou pas
- 5 Etude d'un code

Sous Matlab/Octave

```
1 % Matrices locales
2 Ml=FEM.Masse(Eh.nq, Eh.me, Eh.vols);
3 Kl=FEM.Rigidite(Eh.nq, Eh.me, Eh.vols, Eh.gradBaCo);
4 % Matrices globales
5 lg=Eh.toGlobal;
6 Mg=sparse(Th.nq, Th.nq); Mg(lg, lg)=Ml;
7 Kg=sparse(Th.nq, Th.nq); Kg(lg, lg)=Kl;
```

Exo: Ecrire les fonctions d'assemblage **Masse** et **Rigidite** permettant de retourner, au choix, les matrices de Masse et de Rigidité **locales** ou **globales** associées à un maillage élémentaire E_h provenant d'un maillage Th . Ces fonctions utiliseront un `inputParser` voir code ci-dessous. Ces fonctions seront enregistrées dans le répertoire `+siMeshElt`.

```
1 function A=Masse(Eh, varargin)
2 % M=siMeshElt.Masse(Th.sTh{3}, 'local', false)
3 assert(fc_simesh.is_siMeshElt(Eh))
4 p = inputParser;
5 p.addParamValue('local', true, @islogical);
6 p.parse(varargin{:});
7 if p.Results.local % optional parameter
8 ...
```

Plan

- 1 Restriction et relèvement
- 2 Matrices globales
- 3 **Jeu matriciel**
- 4 Continuité ... ou pas
- 5 Etude d'un code

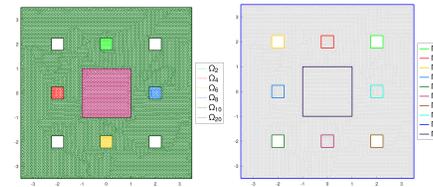


Figure: Exemple de maillage 2D: fichier square6dom4ho1es.geo

Le maillage est donné par `Th` (objet `fc_siMesh.siMesh`).
L'objectif ici est d'utiliser des matrices de Masse pour approcher des intégrales.

Exo: Pour chacune des intégrales, proposer une méthode utilisant des matrices globales et une autre utilisant des matrices locales.

$$\int_{\Omega_{20}} u(q)v(q)dq, \quad \int_{\Omega_{[20,2]}} u(q)v(q)dq, \quad \int_{\Omega} u(q)v(q)dq, \quad \Omega_{[20,2]} = \Omega_{20} \cup \Omega_2 \quad \Omega = \Omega_{[2;2;10,20]} \text{ (notation Matlab)}$$

On pourra prendre, par ex., $u(x, y) = \cos(x + y - \pi/3)$ et $v(x, y) = \sin(x - y + 1)$, dont l'intégrale exacte sur $[a, b] \times [c, d]$ est donnée ci-dessous.

`lxfun=@(a,b,c,d) -c*(cos(1-pi/3+2*a)-cos(1-pi/3+2*b))/4 + d*(cos(1-pi/3+2*a)-cos(1-pi/3+2*b))/4 + (a-b)*cos(2*c-1-pi/3)/4 - (a-b)*cos(2*d-1-pi/3)/4;`
voir [ep04.IntegralDom01](#)

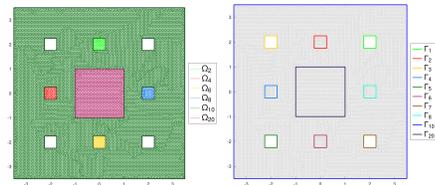


Figure: Exemple de maillage 2D: fichier square6dom4ho1es.geo

Le maillage est donné par `Th` (objet `fc_siMesh.siMesh`). L'objectif ici est d'utiliser des matrices de Masse pour approcher des intégrales sur les bords.

Exo: Pour chacune des intégrales, proposer une méthode utilisant des matrices globales et une autre utilisant des matrices locales.

$$\int_{\Gamma_{20}} u(\sigma)v(\sigma)d\sigma, \quad \int_{\Gamma_{[10,20]}} u(\sigma)v(\sigma)d\sigma, \quad \int_{\Gamma} u(\sigma)v(\sigma)d\sigma, \quad \Gamma_{[10,20]} = \Gamma_{10} \cup \Gamma_{20} \quad \Gamma = \Gamma_{[1;2;7,10,20]} \text{ (notation Matlab)}$$

On pourra prendre, par ex., $u(x, y) = \cos(x + y - \pi/3)$ et $v(x, y) = \sin(x - y + 1)$.

$$\int_a^b u(x, y)v(x, y)dx \implies \text{lxfun}=@(a,b,y) (a-b)*\sin(2*y-1-pi/3)/2 + \cos(2*a+1-pi/3)/4 - \cos(2*b+1-pi/3)/4;$$

$$\int_c^d u(x, y)v(x, y)dy \implies \text{lyfun}=@(c,d,x) (d-c)*\sin(2*x+1-pi/3)/2 - \cos(2*c-1-pi/3)/4 + \cos(2*d-1-pi/3)/4;$$

voir [ep04.IntegralBd01](#)

Plan

- 1 Restriction et relèvement
- 2 Matrices globales
- 3 Jeu matriciel
- 4 **Continuité ... ou pas**
- 5 Etude d'un code

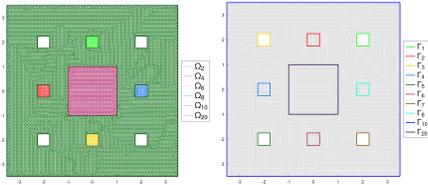


Figure: Exemple de maillage 2D: fichier square6dom4holes.geo

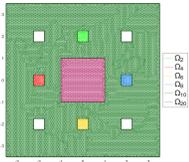
Le maillage est donné par `Th` (objet `fc_siMesh.siMesh`). L'objectif ici est d'utiliser des matrices de Masse pour approcher des intégrales de fonctions non continues sur Ω mais continues dans chaque sous-domaines.

Exo: Soient $v(x, y) = \sin(x - y + 1)$ et $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, tel que $u(q) = 1, \forall q \in \Omega_{10}$ et $u(q) = 2$ sinon. (u n'est pas continue sur Ω !) Pour chacune des intégrales, proposer une méthode utilisant des matrices globales et une autre utilisant des matrices locales:

$$\int_{\Omega_{[2,20]}} u(q)v(q)dq, \quad \int_{\Omega_{[10,20]}} u(q)v(q)dq, \quad \int_{\Omega} u(q)v(q)dq, \quad \Omega_{[2,20]} = \Omega_2 \cup \Omega_{20} \quad \Omega = \Omega_{[2;2;10;20]} \text{ (notation Matlab)}$$

`lexfun=@(a,b,c,d) -sin(-a+c-1) + sin(-a+d-1) + sin(-b+c-1) - sin(-b+d-1);`

☞ voir [ep04.IntegralDomDiscont](#)



$\mathbb{M}^{L,lab}$ et $\mathbb{M}^{G,lab}$ resp. les matrices de Masse locale et globale sur Ω_{lab}^h .
 $\mathbf{U}^{L,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega_{lab}^h, n_q}$ et $\mathbf{U}^{G,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega^h, n_q}$ vecteurs associés à la fonction u .
 $\mathbf{V}^{L,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega_{lab}^h, n_q}$ et $\mathbf{V}^{G,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega^h, n_q}$ vecteurs associés à la fonction v .

$$\int_{\Omega_{[10,20]}} u(q)v(q)dq \approx \langle \mathbb{M}^{L,10} \mathbf{U}^{L,10}, \mathbf{V}^{L,10} \rangle + \langle \mathbb{M}^{L,20} \mathbf{U}^{L,20}, \mathbf{V}^{L,20} \rangle = \langle \mathbb{M}^{G,10} \mathbf{U}^{G,10}, \mathbf{V}^{G,10} \rangle + \langle \mathbb{M}^{G,20} \mathbf{U}^{G,20}, \mathbf{V}^{G,20} \rangle$$

Comme $\Omega_{10}^h.toGlobal \cap \Omega_{20}^h.toGlobal = \mathcal{I} \neq \emptyset$ (i.e. $\overline{\Omega_{10}^h} \cap \overline{\Omega_{20}^h} \neq \emptyset$)

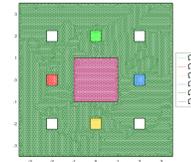
$$\langle \mathbb{M}^{G,10} \mathbf{U}^{G,10}, \mathbf{V}^{G,10} \rangle + \langle \mathbb{M}^{G,20} \mathbf{U}^{G,20}, \mathbf{V}^{G,20} \rangle \neq \langle (\mathbb{M}^{G,10} + \mathbb{M}^{G,20}) (\mathbf{U}^{G,10} + \mathbf{U}^{G,20}), (\mathbf{V}^{G,10} + \mathbf{V}^{G,20}) \rangle$$

Toutefois si u et v sont continues sur $\overline{\Omega_{10}} \cup \overline{\Omega_{20}}$, on a $\mathbf{U}_{\mathcal{I}}^{G,10} = \mathbf{U}_{\mathcal{I}}^{G,20}$.

Avec $\mathbb{M} = \mathbb{M}^{G,10} + \mathbb{M}^{G,20}$, et $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{\Omega^h, n_q}$, tel que

$$\mathbf{U}(\Omega_{10}^h.toGlobal) = \mathbf{U}^{L,10} \text{ et } \mathbf{U}(\Omega_{20}^h.toGlobal) = \mathbf{U}^{L,20}, \text{ (autres termes nuls)}$$

$$\int_{\Omega_{[10,20]}} u(q)v(q)dq \approx \langle \mathbb{M} \mathbf{U}, \mathbf{V} \rangle.$$



$\mathbb{M}^{L,lab}$ et $\mathbb{M}^{G,lab}$ resp. les matrices de Masse locale et globale sur Ω_{lab}^h .
 $\mathbf{U}^{L,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega_{lab}^h, n_q}$ et $\mathbf{U}^{G,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega^h, n_q}$ vecteurs associés à la fonction u .
 $\mathbf{V}^{L,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega_{lab}^h, n_q}$ et $\mathbf{V}^{G,lab} \in \mathbb{R}^{\Omega^h, n_q}$ vecteurs associés à la fonction v .

$$\int_{\Omega_{[2,20]}} u(q)v(q)dq \approx \langle \mathbb{M}^{L,2} \mathbf{U}^{L,2}, \mathbf{V}^{L,2} \rangle + \langle \mathbb{M}^{L,20} \mathbf{U}^{L,20}, \mathbf{V}^{L,20} \rangle = \langle \mathbb{M}^{G,2} \mathbf{U}^{G,2}, \mathbf{V}^{G,2} \rangle + \langle \mathbb{M}^{G,20} \mathbf{U}^{G,20}, \mathbf{V}^{G,20} \rangle$$

Comme $\Omega_2^h.toGlobal \cap \Omega_{20}^h.toGlobal = \emptyset$ (i.e. $\overline{\Omega_2^h} \cap \overline{\Omega_{20}^h} = \emptyset$)

$$\langle \mathbb{M}^{G,2} \mathbf{U}^{G,2}, \mathbf{V}^{G,2} \rangle + \langle \mathbb{M}^{G,20} \mathbf{U}^{G,20}, \mathbf{V}^{G,20} \rangle = \langle (\mathbb{M}^{G,2} + \mathbb{M}^{G,20}) (\mathbf{U}^{G,2} + \mathbf{U}^{G,20}), (\mathbf{V}^{G,2} + \mathbf{V}^{G,20}) \rangle$$

En posant $\mathbb{M} = \mathbb{M}^{G,2} + \mathbb{M}^{G,20}$, $\mathbf{U} = \mathbf{U}^{G,10} + \mathbf{U}^{G,20}$ et $\mathbf{V} = \mathbf{V}^{G,10} + \mathbf{V}^{G,20}$

$$\int_{\Omega_{[2,20]}} u(q)v(q)dq \approx \langle \mathbb{M} \mathbf{U}, \mathbf{V} \rangle.$$

Plan

- 1 Restriction et relèvement
- 2 Matrices globales
- 3 Jeu matriciel
- 4 Continuité ... ou pas
- 5 Etude d'un code

Etude de la fonction fournie `siMesh.Masse` (fichier `Masse.m`, répertoire `+siMesh`) retournant une ou plusieurs matrices de Masse.

voir [ep04.IntegralDom02](#) et [ep04.IntegralBd02](#)

Exemple d'appels sur un maillage `Th` généré à partir du fichier `square6dom4ho1es.geo`:

- `M=siMesh.Masse(Th);`
- `M=siMesh.Masse(Th,'labels',[10,20]);`
- `M=siMesh.Masse(Th,'labels',10,'local',true);`
- `[M,idx,labels]=siMesh.Masse(Th,'local',true,'labels',[20,10,4]);`
- `M=siMesh.Masse(Th,'d',1);`
- `M=siMesh.Masse(Th,'labels',[10,20]'d',1);`
- `M=siMesh.Masse(Th,'d',1,'labels',[10,20],'local',true);`
- ...

Exo: Ecrire une fonction similaire pour la matrice de Rigidité.

La fonction fournie `siMesh.eval` (fichier `eval.m`, répertoire `+siMesh`) fonctionne sur le même principe (évaluation d'une fonction aux noeuds d'un maillage ou ...):

```
U=siMesh.eval(Th,u);
```

Fonctions Matlab/Octave écrites ou fournies

- `siMeshElt.relevement` fichier `relevement.m` dans répertoire `+siMeshElt`
- `siMeshElt.restriction` fichier `restriction.m` dans répertoire `+siMeshElt`
- `siMeshElt.Masse` fichier `Masse.m` dans répertoire `+siMeshElt`
- `siMeshElt.Rigidite` fichier `Rigidite.m` dans répertoire `+siMeshElt`
- `siMesh.Masse` fichier `Masse.m` dans répertoire `+siMesh` (fournie)
- `siMesh.eval` fichier `eval.m` dans répertoire `+siMesh` (fournie)
- `siMesh.Rigidite` fichier `Rigidite.m` dans répertoire `+siMesh`