

## 2.3. Calcul d'aires

**Q2** a. On note  $q_i$  le tableau de points et  $m_e$  le tableau de connectivité. On parcourt chaque vecteur colonne de  $m_e$  noté  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ .  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  correspond à un triangle.  $a, b$  et  $c$  sont les numéros des sommets de ce triangle.

Pour avoir les coordonnées de chaque point, on utilise le tableau  $q$ .

Ici  ~~$q^0 = q(a)$~~ ,  $q^1 = q(b)$ ,  $q^2 = q(c)$ .  $q^0 = q(a)$ ,  $q^1 = q(b)$ ,  $q^2 = q(c)$  par exemple.  $q^0, q^1$  et  $q^2$  permettent de calculer l'aire du triangle  $K$ . On note  $A_K = (q^1 - q^0, q^2 - q^0)$

En utilisant la formule (5) avec  $f \equiv 1$ , on a :

$$\begin{aligned} \text{Aire de } K &\rightarrow \int_K dq = \int_K f(q) dq = \int_K | \det(A_K) | \int_K \underbrace{f \circ \overline{p}_K(q)}_{\equiv 1} d\hat{q} = \int_K d\hat{q} \quad (\text{Aire du triangle rectangle unité isocèle}) \\ &= | \det(A_K) | \cdot \frac{1}{2} \end{aligned}$$

On itère pour tous les vecteurs  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  de la matrice  $m_e$  et on calcule l'aire de chaque triangle  $K$  dans un tableau de taille  $m_e$ .

Res

## 3.1. Maillage du carré unité

**Q3** a. Tout d'abord, on compte le nombre de sommets et de triangle. Si on doit avoir  $N_x$  points suivant  $x$  et  $N_y$  points suivant  $y$ , alors pour chaque ligne, on compte  $N_x$  points ( $N_y$  colonnes). Donc on a en total  $m_q = N_x \cdot N_y$  sommets (nœuds).

Puis, on a  $(N_x - 1)$  triangles inférieurs sur chacune des  $(N_y - 1)$  lignes. Donc on a  $(N_x - 1)(N_y - 1)$  triangle inférieurs.

On ajoute à cela les triangles supérieurs qui sont en nombre égal.

Alors  $n_{me} = 2(N_x - 1)(N_y - 1)$  triangles.

$$= N_x N_y$$

↓

- Pour le tableau de points  $q$  de dimension  $2 \times n_q$ .

Les sommets sont numérotés lignes par lignes.

On commence en bas et on numérote par ordre croissant les sommets.

Pour la ligne 1 (en bas), on numérote les sommets de gauche à droite de 1 à  $N_x$ .

Pour la ligne 2, — de  $(N_x + 1)$  à  $2 \cdot N_x$ .

et pour la ligne  $i$ , de  $((i-1)N_x + 1)$  à  $i \cdot N_x$ .

$$i \in [1, N_y]$$

~~On peut aussi écrire :~~  $[1, N_x, N_y] \rightarrow [1, N_x] \times [1, N_y]$

$$R \rightarrow (R - \lfloor \frac{R}{N_x} \rfloor; \lceil \frac{R}{N_x} \rceil)$$

$$R \mapsto \left( \underbrace{R - \frac{R}{N_x}}_{+1}, \frac{R}{N_x} \right)$$

$$[1, N_x, N_y] \sim [1, N_x] \times [1, N_y]$$

$$+1 \quad 2(N_x-1)(N_y-1)$$

- Pour les tableaux de connectivité  $m_e$  de dimension  $3 \times n_{m_e}$ .

On procède ligne par ligne.

$R$  compte le nombre de triangle.

$R$  commence à 1.

Pour la  $j^{\text{ème}}$  ligne, on remplit les triangles inférieurs

d'abord, si on est à l'indice  $R$ , ce triangle a pour sommets,

$[R; R+1; R+N_x]$ . On incrémente  $R$  et on continue vers la droite pour chaque triangle de la ligne. On compte ensuite les triangles inférieurs supérieurs.

On décrémente  $R$  pour revenir à l'indice du début de ligne.

Chaque triangle aura pour sommets  $[R+1; R+N_x+1; R+N_x]$

Et on une fois la ligne finie, on incrémente  $R$  pour passer à la ligne suivante (supérieure).

Q4

### 3.2 Rectangles $[a,b] \times [c,d]$

- a. A l'aide du carré unité, on peut obtenir  $q'$  et  $m_e$ , les tableaux de points et de connectivité du carré unité avec  $N_x$  et  $N_y$  comme arguments.
- $m_e$  correspondra aussi au tableau de connectivité de du rectangle.
  - On modifie  $q'$  pour obtenir  $q$  à l'aide de translation et "dilatation".
    - On dilate: On multiplie chaque vecteur colonne  $q'(k) = \begin{pmatrix} q_1'(k) \\ q_2'(k) \end{pmatrix}$  par  $\begin{pmatrix} b-a & 0 \\ 0 & d-c \end{pmatrix}$  (à gauche) pour obtenir une matrice  $q''$  de même (recouvrant une aise égale au rectangle) nombre.
    - On translate chaque vecteur de colonne de  $q''$  par le vecteur de coordonnées  $(a, c)$  pour lui donner la bonne position on obtient alors une matrice  $q$ . ( $m_e$  est déjà obtenu).

### 3.3 Maillage du triangle de référence.

- Q5. a. Le triangle unité contient  $n_q = \frac{N(N+1)}{2}$  sommets.

$$n_{me} = (N-1)^2 \text{ triangles.}$$

Par le tableau de sommet  $q_i$ :

On commence du bas, on numérote à l'aide d'un indice  $k$ .