

Rapport du TP1 (Ndeye Amy DIOP)

Q-2)

a)

L'objectif est de calculer l'aire de chaque triangle du maillage.

Un triangle est défini par 3 pts: $q_0 = (x_0, y_0)$
 $q_1 = (x_1, y_1)$ et $q_2 = (x_2, y_2)$

Méthode:

1) Pour chaque triangle, on récupère les 3 sommets grâce à me.

2) on calcule les deux formes à partir d'un sommet commun:

$$\vec{u} = q_1 - q_0, \quad \vec{v} = q_2 - q_0$$

$$A_K = [\vec{u}, \vec{v}]$$

3) l'aire du triangle est donnée par la moitié de la valeur du déterminant de A_K :

$$\text{Aire} = \frac{1}{2} |\det(A_K)|$$

4) on fait ça pour chaque triangle et on stocke les aires dans vecteur aires.

Q3)

a)

on souhaite construire les tableaux q et me correspondant au maillage triangulaire du carré unité $[0, 1] \times [0, 1]$ avec N_x pts suivant x et N_y pts suivant y .

Méthode:

on définit les pas suivant chaque direction:

$$h_x = \frac{1}{N_x - 1}, \quad h_y = \frac{1}{N_y - 1}$$

On a au total $n_q = N_x \times N_y$ points de maillage.

chaque sommet $q_i = (i_x, i_y)$ correspond à une position (i_x, i_y) sur la grille où :

• $i_x \in \{1, 2, \dots, N_x\}$

• $i_y \in \{1, 2, \dots, N_y\}$

le numéro du pnt global est :

$$i = (i_y - 1) \times N_x + i_x$$

On remplit le tableau q de dimension $2 \times n_q$ ainsi :

$$q(1, i) = (i_x - 1) \times h_x$$

$$q(2, i) = (i_y - 1) \times h_y$$

2) Construction du tableau me
chaque petit carré de la grille est découpé en 2 triangles suivant la diagonale descendante
on note les indices des pnts du carré

Coin du carré :

indice du pnt :

bas gauche (P_1)



$$(\bar{j} - 1) \times N_x + \bar{i}$$

bas droit (P_2)



$$(\bar{j} - 1) \times N_x + (\bar{i} + 1)$$

haut gauche (P_3)



$$\bar{j} \times N_x + \bar{i}$$

haut droit (P_4)



$$\bar{j} \times N_x + (\bar{i} + 1)$$

avec $\bar{i} = 1, 2, \dots, N_x - 1$ et $\bar{j} = 1, 2, \dots, N_y - 1$

chaque carré contient 2 triangle :

• premier triangle $T_1 = (P_1, P_2, P_3)$

• second triangle $T_2 = (P_2, P_4, P_3)$

On remplit alors le tableau me de dim $3 \times n_{me}$
où $n_{me} = 2 \times (N_x - 1) \times (N_y - 1)$

~~On ajoute à chaque triangle~~

Chaque colonne de me contient les indices des trois sommets du triangle correspondant

$$\begin{cases} me(1, k) = \text{indice du } 1^{\text{er}} \text{ sommet du triangle} \\ me(2, k) = \text{'' } 2^{\text{nd}} \text{ ''} \\ me(3, k) = \text{'' } 3^{\text{e}} \text{ ''} \end{cases}$$

On ajoute d'abord le triangle $T_1 = (P_1, P_2, P_4)$, puis $T_2 = (P_2, P_4, P_3)$ pour chaque case de la grille, en respectant la numérotation ligne par ligne

Q4)

a)

On veut construire un maillage triangulaire régulier du rectangle

1) Tableau q

• Pas: $h_x = \frac{b-a}{N_x-1}$ $h_y = \frac{b-a}{N_y-1}$

• Nombre de sommets: $n_q = N_x \times N_y$

• Numérotation ligne par ligne: (gauche \rightarrow droite, bas \rightarrow haut)

$$i = (i_y - 1)N_x + i_x \quad \begin{matrix} i_x = 1, \dots, N_x \\ i_y = 1, \dots, N_y \end{matrix}$$

• Remplissage

$$q(1, i) = a + (i_x - 1)/h_x \quad q(2, i) = c + (i_y - 1)h_y$$

2) Tableau de connectivité me

Pour chaque (i_x, i_y) avec $i_x = 1, \dots, N_x - 1$; $i_y = 1, \dots, N_y - 1$, on définit

$$\begin{aligned} P_1 &= (i_y - 1)N_x + i_x && \text{(bas gauche)} \\ P_2 &= (i_y - 1)N_x + (i_x + 1) && \text{(bas droit)} \\ P_3 &= i_y * N_x + i_x && \text{(haut gauche)} \\ P_4 &= (i_y * N_x) + (i_x + 1) && \text{(haut droit)} \end{aligned}$$

Découpage en 2 triangles suivant la diagonale descendante $P_3 \rightarrow P_2$

Triangle 1: (P_1, P_2, P_3)

Triangle 2: (P_2, P_4, P_3)

ainsi, me a la taille $3 \times nme$ avec

$$nme = 2(N_x - 2)(N_y - 2)$$

on ajoute, pour chaque cellule, d'abord la colonne (P_1, P_2, P_3) puis (P_2, P_4, P_3)

Q.5)

• Pour chaque ligne $j = 0 \rightarrow N-2$, calculer $s(j) = jN - \frac{j(j-1)}{2}$

• Pour chaque $i = 0 \rightarrow N-1-j$

$$\text{Poser } k = \text{idx}(i, j) = s(j) + i + 1$$

$$\text{remplir } q(1, k) = \frac{i}{N-2}$$

$$q(2, k) = \frac{j}{N-2}$$

• Pour chaque cellule $j = 0 \rightarrow N-2, i = 0 \rightarrow N-2-j$

$$A = \text{idx}(i, j)$$

$$B = \text{idx}(i+2, j)$$

$$C = \text{idx}(i, j+2)$$

$$D = \text{idx}(i+2, j+2)$$

ajouter à me les 2 colonnes d'abord (A, B, C) puis (B, D, C)

Q.6)

a) Méthodologie (on utilise q et me de la Q5 puis la transforme)

On dispose déjà, grâce à la Q5, du maillage du triangle de référence de sommets $(0, 0)$, $(1, 0)$ et $(0, 1)$ avec N points par côté, en suivant la numérotation de la figure (4)

1) Construire la transformation affine qui envoie le triangle de référence \bar{K} sur le triangle K

$$A = [q_1 - q_0, q_2 - q_0] \quad \det A \neq 0$$

2) Appliquer la transformation aux points du maillage Q_5

soit $q(:, k)$ la k -ème colonne du tableau de points de la Q_5 (ordonnées dans \bar{K})
on définit les nouveaux points dans K par

$$q_{\text{new}}(:, k) = q_0 + A q(:, k)$$

$$k: 1, \dots, n_q$$

3) conserver la connectivité

le tableau ne reste exactement celui de la Q_5