

Nom :  
Prénom :

---

Sup'Galilée  
Étudiants ingénieurs apprentis 1<sup>ère</sup> année

19/09/2017

**Contrôle continu 2 (sujet 1)**  
*Le sujet comporte deux pages*  
*durée : 20 minutes*

---

## Exercice 1

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez vos réponses.

1. La fonction  $x \mapsto |x|x$ , définie sur  $\mathbb{R}$ , est continue en 0.

*Correction :* Vrai. La fonction est un produit de deux fonctions continues en 0.

2. La fonction  $x \mapsto |x|x$ , définie sur  $\mathbb{R}$  est dérivable en 0.

*Correction :* Vrai. On pose  $f(x) = |x|x$ , et on calcule la limite du taux de variation quand  $x$  tend vers 0 : on a

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$$

Cette limite existe et est finie donc  $f$  est dérivable en 0.

3. Le nombre  $\alpha = \int_0^1 \cos t dt$  est strictement positif.

*Correction :* Vrai. La fonction continue  $t \mapsto \cos t$  est strictement positive sur  $[0, 1]$  (car  $1 < \frac{\pi}{2}$ ).  
Donc  $\alpha = \int_0^1 \cos t dt$  correspond à l'intégrale d'une fonction strictement positive. Par conséquent  $\alpha > 0$ . □

## Exercice 2 : primitive

Donner une primitive des fonctions suivantes  $f_1(x) = (1 + \tan^2 x) \tan x$  ( $x \in ] - \pi/2, \pi/2[$ )

*Correction :* On a  $(\tan x)' = (1 + \tan^2 x)$ . Donc les primitives de  $f_1$  sur  $] - \pi/2, \pi/2[$  sont de la forme

$$F_1(x) = \frac{1}{2}(\tan x)^2.$$

□

## Exercice 3 : développement limité

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de la fonction suivante :

$$f(x) = 3 \sin(2x) - 2 \sin(3x)$$

*Correction :* On a

$$3 \sin(2x) = 6x - 4x^3 + O(x^4)$$

et

$$2 \sin(3x) = 6x - 9x^3 + O(x^4).$$

Donc

$$f(x) = 5x^3 + O(x^4).$$

□