Opérateurs aléatoires et modèle d'Anderson en dimension 1.

Hakim BOUMAZA

Contact : boumaza à math.univ-paris13.fr

Pas de notes de cours prévues.

Présentation

Dans ce cours seront présentés des techniques et résultats spécifiques à la dimension 1 de la théorie spectrale des opérateurs aléatoires. Nous étudierons le modèle d'Anderson qui intervient dans la théorie du transport électronique dans les milieux désordonnés et le phénomène de localisation d'Anderson. Celle-ci se caractérise mathématiquement par un spectre purement ponctuel et des fonctions propres généralisées qui décroissent exponentiellement vers 0 à l'infini.

En se concentrant sur le cas de la dimension 1, nous pouvons utiliser les outils issus de la théorie des systèmes dynamiques pour caractériser le comportement asymptotique des fonctions propres. En particulier, nous utiliserons le formalisme des matrices de transfert et les propriétés des exposants de Lyapunov. Ces exposants donnent aussi une caractérisation du spectre absolument continu via la théorie de Kotani.

Ce cours s'articule avec celui de Frédéric Klopp, « Théorie Spectrale des opérateurs aléatoires », du Master 2 de Mathématiques Fondamentales de l'Université Pierre et Marie Curie.

Contenu

1. Rappels sur les opérateurs auto-adjoints, théorème spectral et types spectraux.
2. Théorème R.A.G.E et lien entre type spectraux et dynamique.
3. Modèles d'Anderson discret et continu, phénomène de localisation d'Anderson.
4. Opérateurs aléatoires, propriété d'ergodicité, existence du spectre presque-sûr.
5. Outils pour la dynamique des modèles unidimensionels : matrices de transfert, exposants de Lyapunov. Critères de simplicité du spectre de Lyapunov et application aux modèles d'Anderson 1D discret / continu et à valeurs scalaires / matricielles.
6. Théorie de Kotani : lien entre le spectre absolument continu et les exposants de Lyapunov. Critère d'absence de diffusion.
7. Présentation des étapes de démonstration de la localisation en 1D : régularité des exposants de Lyapunov, de la Densité d'États intégrée, estimée de Wegner et Analyse Multi-Échelle.

Prérequis

Analyse réelle et complexe ; analyse fonctionnelle. Théorie de la mesure, langage des probabilités.

Bibliographie

- RENE CARMONA, JEAN LACROIX. Spectral Theory of Random Schrödinger Operators. *Probability and Its Applications. Birkhäuser, Boston, 1990.*
- WERNER KIRSCH. An invitation to random Schrödinger operators. In Random Schroedinger operators. *volume 25 de Panor. Syntheses, pages 1-119. Soc. Math. France, Paris, 2008.*
- MICHAEL REED, BARRY SIMON. Methods of Modern Mathematical Physics IV: Analysis of operators. *Academic Press, New York, 1978.*