

### Calcul des Variations et minimisation

Ce cours a pour thème principal la partie du Calcul des Variations qui cherche à minimiser une fonctionnelle intégrale. Ce faisant, nous ne discuterons ni de problèmes de points critiques, ni de problèmes d'optimisation.

De plus nous ne chercherons pas à développer le contexte le plus général, mais spécialiserons les intégrales essentiellement au cas d'énergies dépendant du gradient d'une fonction à valeurs scalaires ou vectorielles.

Nous commencerons par étudier la semi-continuité inférieure qui est l'outil de base de la méthode directe du Calcul des Variations..

Puis nous étudierons la convexité et la dualité qui sont nécessaires à l'existence de minimiseurs dans le cas scalaire, et la quasi-convexité qui en est le pendant vectoriel.

Pour des fonctionnelles non semi-continues inférieurement, nous étudierons la relaxation qui conduira à la convexification dans le cas scalaire et à la quasi-convexification dans le cas vectoriel.

Enfin, suivant la préférence de l'auditoire, nous examinerons la régularité des minimiseurs dans le cas standard ou bien introduirons la Gamma-convergence pour l'étude des fonctionnelles dépendant d'un petit paramètre avec l'homogénéisation périodique comme application.

Ce cours sera agréablement complété par le cours "Equations aux Dérivées Partielles", mais essentiellement le seul prérequis est une certaine familiarité avec les espaces de Sobolev standards.

#### Références:

Andrea Braides, Anneliese Defranceschi: Homogenization of Multiple Integrals, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, vol.12, Oxford Press, 1998.

Gianni Dal Maso: An Introduction to Gamma-convergence, Progress in Nonlinear Differential Equations and Applications, vol. 8, Birkhäuser, 1993.

Mariano Giaquinta: Multiple Integrals in the Calculus of Variations and Nonlinear Elliptic Systems, Annals of Mathematics Studies, vol. 105, Princeton University Press, 1983.