

**Bénédicte HAAS**

Professeur

LAGA, Université Paris 13

E-mail : [haas@math.univ-paris13.fr](mailto:haas@math.univ-paris13.fr)

Page web : <https://www.math.univ-paris13.fr/laga/membres/HAAS>

Née le 22/07/1976 à Strasbourg  
Pacsée, 2 enfants (nés en 2007 et 2010)

## Curriculum vitæ détaillé

### Fonctions actuelles

- 2015 – ...     **Professeur** à l'université Paris 13, affiliée au LAGA (Laboratoire d'Analyse, Géométrie et Applications)
- 2018 – ...     **Editrice associée** d'EJP et ECP
- 2013 – ...     **Editrice associée** d'ESAIM Probability & Statistics

### Autres postes occupés

- 2005 – 2015     **Maître de Conférences** à l'université Paris-Dauphine
- 2011 – 2014     **Maître de Conférences à mi-temps** au DMA à l'ENS Paris
- 2004 – 2005     **Post-Doctorante**, Département de Statistique de l'université d'Oxford
- 2001 – 2004     **Monitrice**, Université Paris 6

### Formation et diplômes

- Nov. 2010     **Habilitation à Diriger les Recherches**, Université Paris-Dauphine  
Titre : *Arbres aléatoires et fragmentations*
- 2001 – 2004     **Doctorat en Probabilités**, Université Paris 6 (directeur : J. Bertoin)  
Titre : *Fragmentations et perte de masse*
- 1997 – 2001     **Magistère de Mathématiques**, Université Louis Pasteur, Strasbourg
- 2000 – 2001     **DEA de Probabilités et Applications**, Université Paris 6
- Juil. 2000     **Agrégation de Mathématiques**, rang : 30<sup>ème</sup>

### Distinctions

- Juil. 2015     **Conférencière plénière**, 38ème SPA, Oxford
- Juin 2012     **Prix des Annales de l'IHP** Probab. Stat. 2010 pour le papier *Behavior near the extinction time in self-similar fragmentations I: The stable case*, écrit avec Christina Goldschmidt

### Principaux thèmes de recherche

Probabilités, arbres et graphes aléatoires, fragmentations aléatoires et déterministes, processus de Markov auto-similaires et processus de Lévy

## Formation et évaluation doctorales

- 2015 – ... **Co-encadrement de la thèse de Delphin Sénizergues** (avec Nicolas Curien, Orsay) sur le recollement aléatoire de formes géométriques le long de structures arborescentes. Travail réalisé pour l’instant :
- D. SÉNIZERGUES *Random Gluing of metric spaces*, arXiv:1707.09833
- 2014 – ... **Encadrement de la thèse de Camille Pagnard** autour du profil et des limites locales d’arbres aléatoires. Travail réalisé pour l’instant :
- C. PAGNARD, *Local limits of Markov Branching trees and their volume growth*, à paraître dans EJP, arXiv:1608.06968
- 2010 – 14 **Co-encadrement de la thèse de Robin Stephenson** (avec Grégory Miermont, ENS Lyon), intitulée *Divers aspects des arbres aléatoires : des arbres de fragmentation aux cartes planaires infinies*. Soutenue le 27 juin 2014. Travaux réalisés :
- R. STEPHENSON, *General fragmentation trees*, Electron. J. Probab. **18** (2013), p.1-45
  - B. HAAS ET R. STEPHENSON, *Scaling limits of  $k$ -ary growing trees*, Annales de l’IHP **51** (4) (2015), p.1314-1341
  - R. STEPHENSON, *Infinite multi-type Galton-Watson trees and infinite Boltzmann maps*, à paraître dans J. Theo. Probab.
- Robin est actuellement en post-doc à Oxford.
- Juil. 2016 **Membre du jury de la thèse d’Ahn Nguyen** (directeur : L. Chaumont), Angers, intitulée *Sur quelques fonctionnelles des forêts de branchement multitypes*
- Juil. 2016 **External examiner** du jury de la thèse de Franz Rembart (directeur : M. Winkel), Oxford, intitulée *Recursive construction of continuum random trees and some contributions to the theory of tree-valued stochastic processes*
- Déc. 2015 **Présidente du jury de la thèse de Céline Abraham** (directeur : J.F. Le Gall), Orsay, intitulée *Cartes aléatoires et serpent brownien*
- Déc. 2015 **Présidente du jury de la thèse de Daphné Dieuleveut** (directeurs : G. Miermont & Y. Le Jan), Orsay, intitulée *Coupe et reconstruction d’arbres et de cartes aléatoires*
- Déc. 2014 **Rapporteuse et membre du jury de thèse de Shen Lin** (directeur : J-F. Le Gall), Orsay, intitulée *Marche aléatoire indexée par un arbre et marche sur un arbre*
- Déc. 2014 **Présidente du jury de thèse de Minmin Wang** (directeurs : N. Broutin et T. Duquesne), Paris 6, intitulée *Contributions à l’étude des arbres de Lévy et des arbres inhomogènes continus*
- Oct. 2014 **Rapporteuse et membre du jury de thèse de Cécile Delaporte** (directeur : A. Lambert), Paris 6, intitulée *Théorèmes limites pour les processus de branchement avec mutations*
- Juin 2013 **Rapporteuse et membre du jury de la thèse d’Eduardo Cepeda** (directeur : N. Fournier), Créteil, intitulée *Contribution à l’étude probabiliste et numérique des équations homogènes de coagulation - fragmentation*

## Activité éditoriale

- 2018 – ... **Editrice associée** d’EJP et ECP
- 2013 – ... **Editrice associée** d’ESAIM Probability & Statistics
- Depuis 2006 **Expertise pour des articles soumis dans les journaux suivants :**
- ALEA, Annales de l’IHP Probab. Stat., Annals of Applied Probability, Annals of Probability, Bernoulli, Dynamical Systems and Applications Proceedings, Electronic Communications in Probability, Electronic Journal of Probability, Journal of Functional Analysis, Journal of Physics A, Probability Theory and Related Fields, Random Structures & Algorithms, Statistical and Probability Letters, Stochastic Models, Comm. Math. Science, Stochastic Processes and their Applications*

## Communications orales

### Mini-cours invités :

- *Introduction aux processus de fragmentation*, Journées ALEA (CIRM 2016)
- Symposium of Probability and Stochastic Processes (Mérida, novembre 2015)
- *Lévy processes and random trees* (Zurich Spring School on Lévy processes, avril 2015)
- *Self-similar fragmentations and random real trees*, conférence YEP – Young European Probabilists – (Eindhoven 2009)

### Invitations dans des conférences depuis 2012 ((\*) = conférencière plénière) :

- Workshop *Branching-type structures* (Zurich, à venir, septembre 2018)
- Workshop YEP (Eurandom Eindhoven, à venir, mai 2018)
- Thirteenth Annual Workshop on *Probability, Combinatorics and Geometry* (McGill University's Bellairs Institute in Barbados, à venir, avril 2018)
- Workshop *Geometry of random processes* (Oberwolfach, mai-juin 2017)
- Workshop *Fragmentation and Coagulation equations* (Vienne, mars 2017)
- 8th-international conference on *Lévy processes* (Angers 2016)
- Paris-Bath meeting (Paris 2016)
- Journées AGM (Cergy-Pontoise 2015)
- (\*) 38ème SPA (*Stochastic Processes and their Applications*) (Oxford 2015)
- Symposium on *Lévy processes* (Manheim 2015)
- Workshop *Random graphs, random trees and applications* (Cambridge 2015)
- Workshop *Probability on Trees and Planar Graphs* (Banff 2014)
- Joint Meeting between the IMS and Australian Statistical Conference (Sydney 2014)
- Mini-workshop *Women in Probability* (München 2014)
- Ninth Annual Workshop on *Probability, Combinatorics and Geometry* (McGill University's Bellairs Institute in Barbados 2014)
- Workshop *Lévy processes and self-similarity* (Hammamet 2013)
- (\*) Colloque *Junior female researchers in probability* (Berlin 2013)
- Workshop *Extremes in Branching Random Walk* (Oberwolfach 2013)
- Workshop *Genetic models and quasi-stationarity* (CIRM 2013)
- (\*) *Seminar on Stochastic Processes 2012* (Kansas 2012)
- Paris-Bath meeting on branching structures (Paris 2011)
- SPA 2011 – session d'E. Perkins sur les processus à valeurs mesures (Oaxaca 2011)
- UK Easter probability meeting *Random structures and dynamics* (Oxford 2011)
- Workshop *Lévy processes and applications* (Zurich 2010)
- Workshop *Branching random walks and searching in trees* (Banff 2010)
- Autosim09 (Angers 2009)
- Journées MAS (Rennes 2008)
- Workshop *Coagulation and Fragmentation Models* (Oberwolfach 2007)
- 20 ans du magistère de Mathématiques de Strasbourg (Strasbourg 2007)
- Autosim05 (Toulouse 2005)
- Journées *Processus de Croissance* (Orléans 2005)
- Journées MAS (Nancy 2004)
- Journées GRIP sur la *Coagulation-Fragmentation* (Paris 2003)
- Journées MAS (Grenoble 2002)

Séminaires en France et à l'étranger : 37 depuis 2003

## Vulgarisation :

- Participation à un "échange par petits groupes avec des femmes scientifiques" lors de la journée *Filles et Maths, une équation lumineuse*, organisée par l'association Femmes et mathématiques, P13, nov. 2017
- Conférence "Promenade mathématique" lors de la journée *Filles et Maths, une équation lumineuse*, organisée par l'association Femmes et mathématiques, P13, nov. 2016
- Exposé sur les *Variables aléatoires indépendantes* aux Journées de Probabilités de l'ENS organisées à l'intention des professeurs de classes préparatoires, mai 2014

## Enseignement et encadrement

### Cours magistraux à Paris 13 (depuis 2015)

- Algèbre linéaire et Probabilités (L2, Sciences pour l'ingénieur) en 2015/16, 2016/17, 2017/18
- Probabilités (L2, Mathématiques) en 2017/18
- Intégration et Probabilités (L3, Mathématiques pour l'économie) en 2015/16, 2016/17
- Statistiques Mathématiques (M1, Mathématiques fondamentales) en 2015/16, 2016/17, 2017/18
- Limites d'échelle d'arbres aléatoires (M2, Mathématiques fondamentales) en 2015/16, 2016/17, 2017/18

### Cours magistraux à Dauphine (2007 à 2015)

- Analyse (L1, Mathématiques) en 2012/13 et 2013/14
- Probabilités (L2, Mathématiques) en 2009/10 et 2010/11
- Processus de Poisson et méthodes actuarielles (M1, Mathématiques) en 2009/10 et 2010/11
- Mathématiques financières (M1, Economie et gestion) en 2007/08 et 2008/09
- Contrôle des chaînes de Markov (M1, Mathématiques) en 2013/14 et 2014/15

### Travaux dirigés

- à Paris 13 (depuis 2015) : Algèbre linéaire et Probabilités (L2), Rattrapage de Statistiques (L2), Intégration et Probabilités (L3), Statistiques (M1)
- à l'ENS (2011 – 14) : TD de Statistiques (2ème année, cours de G. Biau)
- à Dauphine (2005 – 2015) : Probabilités (L2), Statistiques (L2), Intégrale de Lebesgue et Probabilités (L3), Modèles Linéaires et Généralisations (M1), Processus de Poisson et méthodes actuarielles (M1), Actuariat, mathématiques pour l'assurance (M1), Processus Discrets (M1), Processus Continus (M1), Contrôle des chaînes de Markov (M1), Pré-rentree DUGEAD

### Autres enseignements

- Tutrice, Corpus Christi College, Oxford, TD de Probabilités/Statistique en 2004/05
- Monitrice, Université Paris 6, TD d'Analyse en DEUG MIAS 2<sup>ème</sup> année, 2001 – 2004

### Encadrements de mémoires de niveau master

**Mémoire de M2** (2015, master de Probabilités de P6) de Delphin Sénizergues sur *Le nombre de points visités par une marche aléatoire indexée par arbre*, d'après un article de J.F. Le Gall et S. Lin

**Mémoire de M2** (2014, master de Probabilités de P6) de Camille Pagnard sur *Les limites d'échelle d'arbres Markov branchants et d'arbres de Galton Watson conditionnés à avoir un nombre de nœuds de degré dans un ensemble donné*, d'après un article de D. Rizollo

**Mémoire de M1** (2017, master de Mathématiques fondamentales de P13) de Yen Nguyen sur *Le modèle d'attachement préférentiel*, d'après le livre de Remco van der Hofstad

**Mémoire de L3** (2015, Dauphine) de Nelly Alandou sur *Le modèle d'attachement préférentiel*, d'après le livre de Remco van der Hofstad

**Mémoire de 1<sup>ère</sup> année** de l'ENS (2013) de Paul Dario et Henri Elad Altman sur *La distribution des zéros du polynôme dérivé d'un polynôme aléatoire*, d'après un article de R. Pemantle et I. Rivin

### Tutrice universitaire de mémoires de stage du M2 d'actuariat de Dauphine

(stages de 6 mois en entreprise sous la responsabilité d'un actuaire; le rôle de l'universitaire est de veiller au bon déroulement du stage, de suivre de près la rédaction du mémoire et de conseiller l'étudiant)

4 mémoires encadrés en 2014 (Wassila Bouziane : *Analyse du capital requis en Solvabilité II pour un portefeuille de Variable Annuities*; Coline Larmier : *Modélisation de la réassurance et calcul de rentabilité de la garantie dépendance*; Alexandra Maarek : *Calibrage local du choc rachat en retraite collective*; Ornella Marciano : *Les régimes de retraites supplémentaires à prestations définies*)

**Tutorat à l'ENS** : conseils aux élèves sur leur programme d'études, stages et leur orientation en général

## Responsabilités administratives et scientifiques

### Comités scientifiques/jurys de concours ou universitaires (hors jurys de thèse, listés ci-dessus)

2017 – ...	Participation au comité scientifique de l'école d'été de l'ANR GRAAL, prévue pour l'été 2019
2017 – ...	Examinatrice de l'épreuve orale de maths commune aux 4 ENS
2006 – ...	Membre de divers jurys de fin d'années, niveau Licence et Master, à Dauphine, puis à P13
Déc. 2017	Membre du jury de la bourse Séphora Berrebi pour les jeunes chercheuses en Mathématiques et Informatique
2016 – 2017	Participation au comité scientifique de la 40 <sup>ème</sup> conférence SPA, qui aura lieu les 11-15 juin, 2018, à Chalmers University of Technology, Göteborg, Suède
Juin 2016	Membre externe du jury d'entrée du M2 Actuariat de Dauphine
2015	Expertise de dossiers de candidature soumis par des élèves de l'ENS Cachan pour obtenir une bourse de thèse
2011 – 2014	Organisation et jury des soutenances de mémoire de 3 <sup>ème</sup> année à l'ENS
2008 – 2013	Membre du jury de l'Agrégation externe de Mathématiques (excepté en 2010 car en congé maternité)

### Responsabilités universitaires

2017 – ...	Responsable du L2 de Mathématiques à P13
2017 – ...	Membre élue du conseil de l'Institut Galilée (regroupant différents départements scientifiques) à P13
2017 – ...	Membre élue du comité d'experts de la section 26 à P13 dont les rôles sont de pourvoir les postes d'ATER, de donner un avis sur les demandes de promotions locales, de CRCT, les titularisations, les compositions des comités de sélection, etc.
2014 – 2015	Co-responsable de la formation d'actuariat de Dauphine (L3-M1-M2), avec Marc Hoffmann: gestion habituelle d'un M2 pro., participation à l'organisation du concours d'entrée en L3 (concours commun BECEAS regroupant plusieurs formations d'actuariat) et notamment d'oraux à Dauphine, sélection sur dossiers en M1
2006 – 2015	Membre élue du conseil du Laboratoire CEREMADE (renouvelé en 2010 et 2014)
2010 – 2012	Membre de la CCR (commission consultative représentative) à Dauphine, dont le rôle est de mettre en place les comités de sélection pour les postes de Maîtres de Conférences/Professeurs en section 26; pourvoir les postes d'ATER ainsi que les mois de Professeurs/Maîtres de Conférences invités

### Participation à des comités de sélection

2018	pour un poste de Professeur en Mathématiques à Orsay
2018	pour un poste de Professeur en Probabilités à Nancy
2018	pour un poste de Professeur en Probabilités-Statistiques à Nanterre
2017	pour deux postes d'enseignants contractuels (3 ans) en Mathématiques et Statistiques au département Licences Sciences des Organisations à Dauphine
2017	pour un poste de Professeur en Probabilités à P6
2017	pour un poste de Maître de Conférences en Probabilités à P13 - <b>Présidente</b>
2016	pour un poste de Maître de Conférences en Mathématiques à P13
2015	pour un poste de Maître de Conférences en Modèles Aléatoires à Orsay
2014	pour un poste de Maître de Conférences en Statistique, Probabilités à Dauphine
2012	pour un poste de Maître de Conférences en Probabilités à P7
2011	pour des postes de Maître de Conférences en Probabilités à P6
2010	pour des postes de Maître de Conférences en Probabilités à P6, en Statistique à P6 et en Probabilités-Statistique à Dauphine
2009	pour des postes de Maître de Conférences en Probabilités à Nantes et Dauphine
2006 – 2008	Membre de la commission des Spécialistes du CEREMADE, Dauphine

### Organisation de colloque/Journées/Séminaires/Groupe de travail

2016 – 2017	Groupe de travail de l'équipe de Probabilités de P13, sur le livre <i>Random Graphs and Complex Networks</i> de Remco van der Hofstad
Nov. 2016	Journée MATHSTIC à P13 sur le thème de la croissance-fragmentation
Juin 2016	Colloque au CIRM intitulé <i>Arbres et cartes aléatoires : aspects probabilistes et combinatoires</i> , avec C. Goldschmidt et G. Miermont
Mars 2016	Journée MATHSTIC à P13 sur le thème des arbres et cartes aléatoires
2015	Participation à l'organisation du séminaire tournant de l'ANR GRAAL à Paris
2014	Journée Cartes aléatoires à P6, avec N. Curien
2008	Journée de l'ANR SPINADA sur les <i>Modèles probabilistes de Coalescence et Fragmentation</i> , avec J. Bertoin et G. Miermont
2006 – 2008	Séminaire d'Analyse-Probabilités du CEREMADE, avec I. Gentil et C. Mouhot

### Participation à des structures de recherche

- Pôle MATHSTIC, Centre de recherche à l'interface de 3 laboratoires de Paris 13 (LAGA, LIPN, L2TI)
- ANR GRAAL (Graphes et Arbres Aléatoires) coordonnée par T. Duquesne, 2014 – 2018
- projet PICS (CNRS) franco-mexicain intitulé Structures Markoviennes Auto-Similaires (SMAS), coordonné par V. Rivero et L. Chaumont, 2014 – 2018
- ANR MADCOF (Méthodes Aléatoires et Déterministes pour les processus de Collision, coalescence et Fragmentation) coordonnée par N. Fournier, 2009 – 2013
- ANR A3 (Arbres Aléatoires (continus) et Applications) coordonnée par J.F. Delmas, 2008 – 2012
- ANR SPINADA (Système de Particules en Interactions Non réversibles - Approches Déterministes et Aléatoires) coordonnée par S. Mischler, 2006 – 2009.

## Résumé des travaux de recherche des 5 dernières années

Les notations [P1] à [P21] font référence à ma liste de publications à la fin de ce CV. Les autres références, numérotées [1], [2], etc., sont listées juste après le résumé.

La description de la structure à grande échelle d'arbres et graphes aléatoires est un objectif important des probabilités et de la combinatoire modernes. Au-delà des aspects purement probabilistes et combinatoires, les motivations proviennent de modèles issus de la biologie, de l'analyse de données, de l'informatique théorique, des réseaux sociaux ou de la physique mathématique. Ces dernières décennies ont vu une explosion des recherches sur ce sujet.

Lorsqu'une suite de grands graphes aléatoires (vus comme des espaces métriques, munis de la distance de graphe), normalisés de façon adéquate, converge vers une limite continue, on dit qu'elle possède une *limite d'échelle*. Si on se restreint aux arbres aléatoires, il est maintenant bien établi qu'il y a un phénomène d'universalité et que l'arbre continu brownien introduit par Aldous [2, 3, 4] au début des années 1990 est la limite d'échelle de nombreux modèles. L'arbre brownien intervient également dans la construction des limites d'échelle de structures plus complexes comme des cartes aléatoires ou des graphes aléatoires critiques.

Il y a cependant des modèles naturels d'arbres aléatoires qui ne sont pas dans le domaine d'attraction de l'arbre brownien et d'autres structures continues "non gaussiennes" peuvent apparaître à la limite. Citons notamment la classe des arbres de Lévy introduite par Duquesne, Le Gall et Le Jan [15, 11, 12], liés à la description généalogique des processus de branchement à espace d'états continu (l'arbre brownien est un arbre de Lévy et correspond à un mécanisme de branchement quadratique). Cette classe d'arbres correspond à l'ensemble des limites d'échelle de suites d'arbres de Galton-Watson conditionnés [11, 10]. Un autre exemple de limite d'échelle non-brownienne est celle de l'arbre couvrant minimal du graphe complet étudiée par Addario-Berry, Broutin, Goldschmidt et Miermont [1].

Mes travaux récents s'inscrivent essentiellement dans ce cadre. Ils visent d'une part à déterminer les limites d'échelle de certaines suites d'arbres ou graphes aléatoires, et d'autre part à étudier les modèles d'arbres continus obtenus à la limite. Je décris ces travaux ci-dessous, en débordant parfois du cadre demandé de 5 années par soucis de complétude. De façon connexe, je me suis également intéressée à certaines questions relatives à des modèles de fragmentation aléatoire et à des processus de Markov additifs.

**1. Arbres Markov branchants et leurs équivalents continus, les arbres de fragmentation auto-similaires [P3,P6,P11,P16,P19].** Avec Grégory Miermont [P3], nous avons introduit une nouvelle classe remarquable d'arbres continus aléatoires, les arbres de fragmentation auto-similaires. Ces arbres s'avèrent correspondre à l'ensemble des limites d'échelle d'une famille naturelle et vaste de suites d'arbres discrets, satisfaisant la propriété dite de Markov branchante [P6,P11]. Cette famille contient par exemple les suites d'arbres de Galton-Watson, des arbres combinatoires, phylogénétiques et certains modèles de croissance d'arbres.

**Suites d'arbres satisfaisant la propriété de Markov branchante [P6,P11].** Une suite d'arbres discrets enracinés  $(T_n)_{n \geq 1}$  satisfait la propriété de Markov branchante si pour chaque  $T_n$ , sachant que sa racine se branche en  $p$  sous-arbres de tailles respectives  $n_1, n_2, \dots, n_p$ , ces sous-arbres sont indépendants et de lois celles de  $T_{n_1}, \dots, T_{n_p}$  (ici la taille d'un arbre, suivant les modèles considérés, est soit son nombre de nœuds, soit son nombre de feuilles; d'autres variantes sont possibles). Cette propriété est vérifiée, ou presque, par un ensemble conséquent de modèles (voir les exemples ci-dessous).

**a) Suites Markov branchantes consistantes.** Avec Grégory Miermont, Jim Pitman et Matthias Winkel [P6], nous avons étudié les suites d'arbres Markov branchantes satisfaisant de plus une propriété de consistance. En utilisant des liens avec les processus de fragmentation, nous caractérisons l'ensemble des lois de ces suites à l'aide d'un couple de paramètres. Sous certaines hypothèses sur ces paramètres, nous décrivons ensuite les limites d'échelle de ces arbres à l'aide d'une sous-famille d'arbres de fragmentation auto-similaires. Ces convergences ont lieu en loi (dans certains cas en probabilité) pour la topologie de Gromov-Hausdorff-Prokhorov sur l'ensemble des espaces métriques compacts à poids. Ces résultats s'appliquent par exemple aux arbres phylogénétiques de Ford [13] et d'Aldous [5] ([P6]) et plus généralement à toute une famille d'arbres se construisant récursivement ([8]).

**b) Cas général.** Dans l'article [P11], on généralise considérablement les résultats de convergence précédents, en oubliant l'hypothèse de consistance. Sous une hypothèse naturelle, on montre que les suites d'arbres Markov branchantes convergent, après une normalisation adéquate, vers des arbres de fragmentation auto-similaires et que tous les arbres de fragmentation auto-similaires peuvent être obtenus de cette manière. Comme applications, nous démontrons la convergence des arbres de Pólya normalisés vers l'arbre brownien, résultat conjecturé par Aldous [3]. Nous récupérons également les résultats d'Aldous [4] et Duquesne [10] sur la convergence des arbres de Galton-Watson conditionnés à avoir un grand nombre de nœuds vers les arbres de Lévy stables. Par ailleurs, Rizzolo [19] a utilisé nos résultats pour décrire les limites d'échelle des arbres de Galton-Watson conditionnés à avoir un grand nombre de feuilles, et plus généralement à avoir un grand nombre de nœuds de degrés appartenant à un sous-ensemble d'entiers donné (voir aussi Kortchemski [14]).

**Suites récursives d'arbres [P16].** L'algorithme de Rémy génère des arbres binaires uniformes. Partant initialement d'un arbre à une arête, il consiste à ajouter à chaque étape une nouvelle arête, plantée "au milieu" d'une arête sélectionnée uniformément parmi les arêtes de l'arbre pré-existant. La suite ainsi obtenue converge, après normalisation par un facteur  $n^{-1/2}$ , vers l'arbre brownien, et ce dans un sens presque sûr. Diverses généralisations de cet algorithme ont été étudiées [13, 16, 8]. Dans le travail [P16] avec Robin Stephenson, nous modifions différemment l'algorithme de Rémy en décidant d'ajouter à chaque étape  $(k-1)$  arêtes sur l'arête sélectionnée uniformément (pour un entier  $k \geq 2$  fixé). Nous montrons qu'alors la suite d'arbres converge en probabilité, après normalisation par un facteur  $n^{-1/k}$ , vers un arbre de fragmentation auto-similaire dont nous identifions explicitement la loi. Pour cela nous utilisons deux approches distinctes, la première repose sur les résultats de [P11], la deuxième sur des schémas d'urnes. Nous montrons également que les arbres limites  $k$ -aires peuvent être emboîtés les uns dans les autres, modulo un changement d'échelle aléatoire, pour former une suite croissante d'arbres.

Une extension de ces résultats à des modèles plus généraux de croissance d'arbres est en cours d'étude.

Je mentionne également l'article de survol [P19] écrit sur ces thématiques et qui correspond à un mini-cours donné en 2015 lors du "XII Simposio de Probabilidad y Procesos Estocásticos" à Mérida (Mexique). Par ailleurs, Camille Pagnard [17], actuellement en thèse sous ma direction, a étudié les *limites locales* (c'est-à-dire qu'il se concentre sur une boule de rayon donné autour d'un point, sans changement d'échelle) des suites d'arbres Markov branchantes.

**2. Grandes dissections aléatoires [P14].** On s'intéresse ici à des graphes (dissections d'un polygone) dont la limite d'échelle est l'arbre brownien. Partant du polygone régulier à  $n$  côtés, une dissection est un graphe formé par ce polygone, ainsi que certaines de ses diagonales, avec la contrainte que deux diagonales ne peuvent se croiser qu'aux sommets du polygone. Les propriétés de graphe d'une dissection choisie uniformément au hasard dans l'ensemble des dissections du polygone à  $n$  côtés ont fait l'objet de nombreuses études dans le domaine de la combinatoire. En particulier une structure asymptotique de type arbre ("tree-like" structure) est suggérée par le comportement asymptotique de plusieurs paramètres (degré maximal d'un nœud en  $\ln(n)$ , diamètre en  $\sqrt{n}$ ). Avec Nicolas Curien et Igor Kortchemski nous montrons dans [P14] que munie de la distance de graphe normalisée par  $n^{-1/2}$ , une dissection uniforme converge effectivement en loi vers un arbre continu, qui est un multiple de l'arbre brownien. Plus généralement, nous décrivons à l'aide de l'arbre brownien les limites d'échelle de dissections aléatoires distribuées suivant certaines mesures de Boltzmann (incluant, outre la dissection uniforme, les  $p$ -angulations uniformes).

**3. Deux nouvelles propriétés des arbres de Lévy stables.** La famille des arbres de Lévy stables correspond à l'ensemble des arbres de Lévy auto-similaires. Elle est indexée par un paramètre  $\alpha \in (1, 2]$ . Elle a été beaucoup étudiée, notamment par Duquesne et Le Gall. Avec Nicolas Curien d'une part et Christina Goldschmidt d'autre part nous avons relevé de nouvelles propriétés intéressantes de cette famille d'arbres.

**Emboîtement des arbres stables [P13].** La dimension de Hausdorff d'un arbre stable d'indice  $\alpha$  est égale à  $\alpha/(\alpha-1)$  [12, P3]. Cette dimension est décroissante en  $\alpha$ , on peut donc dire, en un certain sens, que les arbres stables "décroissent" lorsque le paramètre  $\alpha$  croît. Dans un travail en collaboration avec Nicolas Curien [P13], on donne une interprétation géométrique à cette heuristique, en montrant qu'on peut construire simultanément sur un même espace de probabilité une famille d'arbres stables emboîtés les uns



dans les autres. Plus précisément, on présente un procédé simple permettant d'extraire d'un arbre stable n'importe quel arbre stable d'indice supérieur. Cette approche repose sur une construction algorithmique des arbres stables due à Marchal [16]. On obtient aussi, au passage, la convergence presque sûre de certaines familles d'arbres de Galton-Watson conditionnés vers les arbres stables.

**Construction "line-breaking" des arbres de Lévy stables [P17].** Dans ce travail en collaboration avec Christina Goldschmidt, nous montrons que les arbres de Lévy stables peuvent se construire récursivement suivant une règle simple, généralisant la construction "line-breaking" de l'arbre brownien présentée par Aldous dans son papier [2] à des arbres non binaires. On propose deux algorithmes équivalents. Le processus de Poisson inhomogène d'intensité  $tdt$  utilisé par Aldous est ici remplacé par une chaîne de Markov dont les marginales sont des lois de Mittag-Leffler généralisées. Une fois ce processus fixé, la construction est un peu plus complexe que dans le cadre brownien. En particulier, nos algorithmes attribuent des poids aux nœuds de l'arbre, poids qui dépendent également du processus markovien des longueurs.

**4. Arbres construits par agrégation [P18,P20].** Il s'agit de constructions récursives, très simples, d'arbres continus, qui généralisent la construction "line-breaking" de l'arbre brownien à des arbres binaires (donc dans une direction différente de celle décrite ci-dessus pour les arbres stables) en partant d'une suite quelconque de longueurs de branches. Ces arbres continus pourraient, par exemple, se voir comme des modèles jouets pour le DLA (Diffusion Limited Aggregation). La construction "line-breaking" de l'arbre brownien avait permis à Aldous de montrer sa compacité et de calculer sa dimension de Hausdorff. Dans les articles [P18,P20], dont [P18] en collaboration avec Nicolas Curien, j'étudie ce type de construction dans un cadre assez général, limité cependant aux arbres binaires. Delphin Sénizergues [20], dans le cadre de sa thèse, a récemment construit et étudié la dimension fractale d'espaces métriques aléatoires beaucoup plus généraux obtenus en collant récursivement des espaces métriques (aléatoires, indépendants) compacts de tailles variées. Dans un travail en préparation, il montre d'ailleurs que certains de ces objets sont des limites d'échelle ou sont naturellement liés au comportement asymptotique de plusieurs familles de graphes telles que des modèles d'attachement préférentiel ou des graphes décorés.

Je décris plus en détails les travaux [P18,P20]. Partant d'une suite de réels strictement positifs  $(a_n, n \geq 1)$ , on construit une suite croissante d'arbres réels compacts  $(T_n, n \geq 1)$  par récurrence. L'arbre  $T_1$  a une unique arête, de longueur  $a_1$ . Puis, pour tout  $n$ , l'arbre  $T_{n+1}$  s'obtient à partir de  $T_n$  en attachant une arête de longueur  $a_{n+1}$  à un point choisi uniformément au hasard dans  $T_n$ . Dans [P18], on étudie l'arbre limite, à savoir le complété de  $\cup_{n \geq 1} T_n$ , et notamment certaines de ses propriétés géométriques, telles que sa compacité et sa dimension de Hausdorff, en fonction du comportement asymptotique de la suite  $(a_n, n \geq 1)$ . Dans le cas particulier où cette suite correspond aux longueurs des intervalles d'un processus de Poisson d'intensité  $tdt$  sur la demi-droite  $\mathbb{R}_+$ , l'arbre limite est une version de l'arbre brownien d'Aldous. A titre d'exemples, nos résultats impliquent que lorsqu'on remplace le processus de Poisson inhomogène d'Aldous par un processus de Poisson d'intensité  $t^\beta dt, \beta > 0$ , on obtient à la limite un arbre compact de dimension de Hausdorff  $1 + 1/\beta$ . L'article [P20] se concentre sur les cas où la construction est asymptotiquement non bornée et décrit les comportements asymptotiques de la hauteur de  $T_n$  et de la hauteur d'un point typique de  $T_n$ , en fonction de celui de la suite  $(a_n, n \geq 1)$ . Le cas  $a_n = 1$  correspond aux arbres récursifs uniformes, dont le comportement asymptotique était déjà bien connu [9, 18].

**5. Comportement au voisinage du temps d'extinction d'une fragmentation auto-similaire avec une mesure de dislocation finie [P15].** On considère ici le processus markovien naturel suivant pour la fragmentation aléatoire d'un objet. L'espace d'états consiste en une collection de blocs. Chaque bloc reste constant pendant un temps exponentiel de paramètre donné par une puissance négative de sa taille, indépendamment des autres blocs. Il se divise ensuite aléatoirement en sous-blocs dont les dimensions relatives sont distribuées selon une mesure dite de dislocation. La puissance de la taille d'un bloc impliquée dans le temps d'attente étant négative, les petits blocs se fragmentent de façon intensive, et l'état entier est réduit à l'état de poussière en un temps fini (que nous appelons le temps d'extinction). C'est un cas particulier des fragmentations auto-similaires introduites par Bertoin [6]. Avec Christina Goldschmidt, nous avons regardé comment un tel processus de fragmentation se comporte lorsqu'il approche son temps d'extinction. Notre résultat principal dit que si on renverse le temps au temps d'extinction et si on effectue un changement d'échelle adéquat, alors le processus converge en distribution. Notre approche est basée sur la théorie du renouvellement markovien et implique une décomposition quelque peu inhabituelle de la "colonne vertébrale" de la fragmentation, qui a un intérêt en soi. Comme conséquence directe nous obtenons l'existence et la construction d'une mesure invariante infinie pour le processus de fragmentation. A l'exception de la

fragmentation brownienne, c'est la première fois, à notre connaissance, qu'une telle mesure invariante est identifiée pour des processus de fragmentation.

**6. Chaînes de Markov bivariées convergeant vers des transformées de Lamperti de processus de Markov additifs [P21].** Motivés par différentes applications (notamment aux arbres aléatoires, mais aussi à des coalescents en environnement aléatoire, etc.) nous décrivons avec Robin Stephenson les limites d'échelle de chaînes de Markov bivariées à valeurs dans  $\mathbb{Z}_+ \times \{1, \cdot, \kappa\}$ . La première marginale s'interprète comme une position, la deuxième comme un type. Sous des hypothèses adéquates, on observe différents régimes à la limite. Suivant les cas, ces limites sont décrites à partir de transformées de Lamperti de processus de Markov additifs ou plus simplement à partir de processus de Markov auto-similaires. Ce travail étend au cas multi-type le travail antérieur que j'avais effectué avec Grégory Miermont [P10] et celui de Bertoin et Kortchemski [7].

- [1] L. ADDARIO-BERRY, N. BROUTIN, C. GOLDSCHMIDT, AND G. MIERMONT, *The scaling limit of the minimum spanning tree of the complete graph*, Ann. Probab., 45 (2017), pp. 3075–3144.
- [2] D. ALDOUS, *The continuum random tree. I*, Ann. Probab., 19 (1991), pp. 1–28.
- [3] D. ALDOUS, *The continuum random tree. II. An overview*, in Stochastic analysis (Durham, 1990), vol. 167 of London Math. Soc. Lecture Note Ser., Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1991, pp. 23–70.
- [4] D. ALDOUS, *The continuum random tree III*, Ann. Probab., 21 (1993), pp. 248–289.
- [5] D. ALDOUS, *Probability distributions on cladograms*, in Random discrete structures (Minneapolis, MN, 1993), vol. 76 of IMA Vol. Math. Appl., Springer, New York, 1996, pp. 1–18.
- [6] J. BERTOIN, *Self-similar fragmentations*, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist., 38 (2002), pp. 319–340.
- [7] J. BERTOIN AND I. KORTCHEMSKI, *Self-similar scaling limits of Markov chains on the positive integers*, Ann. Appl. Probab., (2016), pp. 2556–2595.
- [8] B. CHEN, D. FORD, AND M. WINKEL, *A new family of Markov branching trees: the alpha-gamma model*, Electron. J. Probab., 14 (2009), pp. no. 15, 400–430.
- [9] L. DEVROYE, *Branching processes in the analysis of the heights of trees*, Acta Inform., 24 (1987), pp. 277–298.
- [10] T. DUQUESNE, *A limit theorem for the contour process of conditioned Galton-Watson trees*, Ann. Probab., 31 (2003), pp. 996–1027.
- [11] T. DUQUESNE AND J.-F. LE GALL, *Random trees, Lévy processes and spatial branching processes*, Astérisque, (2002), pp. vi+147.
- [12] T. DUQUESNE AND J.-F. LE GALL, *Probabilistic and fractal aspects of Lévy trees*, Probab. Theory Related Fields, 131 (2005), pp. 553–603.
- [13] D. FORD, *Probabilities on cladograms: introduction to the alpha model*. Prépublication, 2005.
- [14] I. KORTCHEMSKI, *Invariance principles for Galton-Watson trees conditioned on the number of leaves*, Stochastic Process. Appl., 122 (2012), pp. 3126–3172.
- [15] J.-F. LE GALL AND Y. LE JAN, *Branching processes in Lévy processes: the exploration process*, Ann. Probab., 26 (1998), pp. 213–252.
- [16] P. MARCHAL, *A note on the fragmentation of a stable tree*, in Fifth Colloquium on Mathematics and Computer Science, Discrete Math. Theor. Comput. Sci. Proc., AI, Assoc. Discrete Math. Theor. Comput. Sci., Nancy, 2008, pp. 489–499.
- [17] C. PAGNARD, *Local limit and volume growth of Markov-Branching trees*. Prépublication, 2016.
- [18] B. PITTEL, *Note on the heights of random recursive trees and random m-ary search trees*, Random Structures Algorithms, 5 (1994), pp. 337–347.
- [19] D. RIZZOLO, *Scaling limits of Markov branching trees and Galton-Watson trees conditioned on the number of vertices with out-degree in a given set*, Ann. Inst. H. Poincaré Probab. Statist., 51 (2015), pp. 512–532.
- [20] D. SÉNIZERGUES, *Random gluing of metric spaces*. Prépublication, 2017.

## Liste de publications

### Prépublication :

- [P21] B. HAAS ET R. STEPHENSON, *Bivariate Markov chains converging to Markov additive processes*  
En révision mineure pour Stochastic Process. Appl. – arXiv:1612.06058

### Publications dans des revues avec comité de lecture :

- [P20] B. HAAS, *Asymptotics of heights in random trees constructed by aggregation*  
Elect. J. Probab. **22** (1) (2017) p.1-25
- [P19] B. HAAS, *Scaling limits of Markov-Branching trees and applications*  
Birkhäuser series Progress in Probability, à paraître  
Cours dispensé au XII Simposio de Probabilidad y Procesos Estocásticos, Mérida, 2015
- [P18] N. CURIEN ET B. HAAS, *Random trees constructed by aggregation*  
Annales de l'Institut Fourier, à paraître
- [P17] C. GOLDSCHMIDT ET B. HAAS, *A line-breaking construction of the stable trees*  
Elect. J. Probab. **20** (16) (2015) p.1-24
- [P16] B. HAAS ET R. STEPHENSON, *Scaling limits of  $k$ -ary growing trees*  
Ann. IHP Probab. Stat. **51** (4) (2015) p.1314-1341
- [P15] C. GOLDSCHMIDT ET B. HAAS, *Behavior near the extinction time in self-similar fragmentations II: Finite dislocation measures*  
Ann. Probab. **44** (1) (2016) p.739-805
- [P14] N. CURIEN, B. HAAS ET I. KORTCHEMSKI, *The CRT is the scaling limit of random dissections*  
Random Struct. Alg. **47** (2) (2015) p.304-327
- [P13] N. CURIEN ET B. HAAS, *The stable trees are nested*  
Probab. Theory Related Fields **157** (2013) p.847-883
- [P12] B. HAAS ET V. RIVERO, *Quasi-stationary distributions and Yaglom limits of self-similar Markov processes*  
Stochastic Process. Appl. **122** (2012) p.4054-4095
- [P11] B. HAAS ET G. MIERMONT, *Self-similar scaling limits of Markov branching trees, with applications to Galton-Watson and random unordered trees*  
Ann. Probab. **40** (6) (2012) p.2589-2666
- [P10] B. HAAS ET G. MIERMONT, *Self-similar scaling limits of non-increasing Markov chains*  
Bernoulli **17** (4) (2011) p.1217-1247
- [P9] B. HAAS, *Asymptotic behavior of solutions to the fragmentation equation with shattering: an approach via self-similar Markov processes*  
Ann. Appl. Probab. **20** (2010) p.382-429
- [P8] C. GOLDSCHMIDT ET B. HAAS, *Behavior near the extinction time in self-similar fragmentations I: The stable case.*  
Ann. IHP Probab. Stat. **46** (2010) p.338-368
- [P7] B. HAAS, J. PITMAN ET M. WINKEL, *Spinal partitions and invariance under re-rooting of continuum random trees*  
Ann. Probab. **37** (4) (2009) p.1381-1411
- [P6] B. HAAS, G. MIERMONT, J. PITMAN ET M. WINKEL, *Continuum tree asymptotics of discrete fragmentations and applications to phylogenetic models*  
Ann. Probab. **36** (5) (2008) p.1790-1837

- [P5] B. HAAS, *Fragmentation processes with an initial mass converging to infinity*  
J. Theor. Probab. **20** (4) (2007) p.721-758
- [P4] B. HAAS, *Equilibrium for fragmentation with immigration*  
Ann. Appl. Probab. **15** (3) (2005) p.1958-1996
- [P3] B. HAAS ET G. MIERMONT, *The genealogy of self-similar fragmentations with negative index as a continuum random tree*  
Electron. J. Probab. **9** (2004) p.57-97
- [P2] B. HAAS, *Regularity of formation of dust in self-similar fragmentations*  
Ann. IHP Probab. Stat. **40** (4) (2004) p.411-438
- [P1] B. HAAS, *Loss of mass in deterministic and random fragmentations*  
Stochastic Process. Appl. **106** (2) (2003) p.245-277

**Acte de conférences avec comité de lecture :**

- [C1] B. HAAS, *Appearance of dust in fragmentations*  
Comm. Math. Science, supplemental issue **1** (2004), p.65-73  
(proceeding des journées du GDR GRIP sur la Coagulation-Fragmentation, Paris 2003)

**Chapitre de livre :**

- [S1] J. BERESTYCKI, J. BERTOIN, B. HAAS ET G. MIERMONT, *Quelques aspects fractals des fragmentations aléatoires*, chapitre du volume "Quelques interactions entre analyse, probabilités et fractales"  
Panoramas et Synthèses **32** (2010)