SEMINAR WINTERSEMESTER 2022/23 „DARSTELLUNGSTHEORIE ENDLICHER GRUPPEN"

JOÃO LOURENÇO UND EVA VIEHMANN

1. Raum und Uhrzeit

Das Seminar findet immer am Donnerstags, von 10 Uhr (c.t.) bis 12 Uhr im Seminarraum 1C statt. Der erste Termin ist der 13. Oktober und der letzte der 8. Dezember.

2. Einleitung

Die Theorie der Gruppen ist ein sehr beliebtes und erfolgreiches Teilgebiet der Mathematik, das unzählige Anwendungen in anderen Wissenschaften hat, wie z.B. der Physik oder der Chemie. Ihre Entdeckung geht auf Évariste Galois zurück, als er die Lösbarkeit algebraischer Gleichungen durch Radikale erforschte, die sich in Termen von Eigenschaft der sogenannten Galois-Gruppe (d.h. Mengen von Transformationen der Nullstellen eines Polynoms) ausdrücken lassen. Weitere Entwicklungen von wesentlicher Bedeutung im 19. Jahrhundert waren das Erlanger Programm von Felix Klein, in dem es um Transformationen geometrischer Figuren geht, und die Theorie der sogenannten Lie-Gruppen von Sophus Lie, die kontinuierliche Transformationen behandelt. Bis heute sind Gruppen weiterhin ein unausweichlicher Bestandteil der Mathematik, insbesondere der algebraischen Geometrie, der Differentialgeometrie und der Darstellungstheorie.

Eine Gruppe ist das Datum einer Menge G versehen mit einer Abbildung

$$G \times G \to G,$$

die durch $(g, h) \mapsto g \cdot h$ bezeichnet wird und die folgenden Bedingungen erfüllt: sie ist assoziativ, d.h. $g \cdot (h \cdot i) = (g \cdot h) \cdot i$; es gibt eine eindeutige Einheit $e \in G$, sodass $e \cdot g = g \cdot e = g$ für alle $g \in G$; jedes $g \in G$ hat ein Inverses g^{-1}, sodass $g \cdot g^{-1} = g^{-1} \cdot g = e$. Sie kennen schon einige Gruppen wie z.B. die Matrizengruppen $\mathrm{GL}(n, \mathbb{C})$ mit der üblichen Matrizenmultiplikation oder die Permutationsgruppe S_n aller Bijektionen der Menge $\{1, \ldots, n\}$ versehen mit der üblichen Verknüpfung von Funktionen. Beachten Sie, dass bei vielen interessanten Gruppen die Multiplikation nicht kommutativ ist. Im Seminar werden die grundlegenden Begriffe der Gruppentheorie erläutert, wie z.B. Untergruppen, Homomorphismen, Normalteiler, die Isomorphiesätze, Operationen auf Mengen, usw. Schließlich untersuchen wir ausführlich geometrische Beispiele wie Symmetrie- und Drehgruppen der platonischen Körper.

Ein wichtiges Werkzeug im Studium der endlichen Gruppen sind die Homomorphismen $\varphi \colon G \to \mathrm{GL}(V)$, wobei V ein endlichdimensionaler $\mathbb{C}$-Vektorraum ist. So ein Datum nennt man eine komplexe Darstellung V von der Gruppe G. In der Darstellungstheorie geht es darum, solche Darstellungen V von G zu nachvollziehen. Obwohl wir uns ausschließlich mit endlicher Gruppen befassen werden (also der diskrete Fall), gibt es auch analytische Varianten von Darstellungen (von Lie-Gruppen), die sehr einflussreich in der Physik sind.

Eine wichtige Eigenschaft von komplexen Darstellungen V ist es, dass sie in direkte Summen einfacher Unterdarstellungen zerfallen, d.h. von Null verschiedene Unterdarstellungen, die minimal mit dieser Eigenschaft sind. Das wirft sofort die Frage auf, welche einfachen Summanden in der Zerlegung von V auftreten. Um dies zu untersuchen definiert man den Charakter

$$\chi_V(g) = \mathrm{Spur}(\pi(g))$$

der G-Darstellung V als komplexwertige Funktion auf G. Es ergibt sich, dass der durch Charaktere erzeugte Vektorraum ein inneres Produkt und eine natürliche orthonormale Basis besitzt, die aus den einfachen (oder irreduziblen) Charakteren von G besteht. Diese Tatsachen erlauben uns eine große Anzahl von Korollaren über die Dimensionen der einfachen Darstellungen von G. Es wird auch erklärt, wie Untergruppen mit Darstellungen interagieren, und dass die Werte der Charaktere in einem gewissen Sinne ganzzahlig sind. Am Ende berechnen wir die Charaktertafeln der Drehgruppen der platonischen Körper.

3. Hinweise zur Literatur

In diesem Seminar werden zwei verschiedene Hauptquellen und zwei anderen Sekundärquellen benutzt. Die erste Hauptquelle ist das Buch „Lehrbuch der Algebra" von Gerd Fischer [Fis08], das als Einführung in die Algebra dient und insbesondere geeignet für Studierende für das Lehramt ist, weil es ausführliche Erklärungen und zahlreiche Beispiele beinhaltet. In Kapitel I geht es darum, die Grundlagen der Gruppentheorie einzuführen, und die Abschnitte I.1 bis I.5 werden in den ersten drei Vorträge von uns studiert. Im 8. Vortrag brauchen wir auch einige Grundlagen aus der Ringtheorie vom Kapitel II, die sich im Abschnitt II.1 befinden. Beachten Sie, dass Sie aus Zeitgründen die Themen in Ihren Vorträgen nicht so ausführlich wie [Fis08] beschreiben können.

Die zweite Hauptquelle ist das Buch « Représentations linéaires des groupes finis » von Jean-Pierre Serre [Ser71] (einem der größten Mathematiker des 20. Jahrhunderts!), dessen erste Kapitel aus einem Kurs für das Chemiestudium stammte. Die Originalversion, die wir im Programm stets zitieren ist auf französisch, es gibt aber auch eine englische Übersetzung "Linear representations of finite groups" [S$^+$77], die Sie stattdessen als Referenz benutzen dürfen. Die letzten sechs Vorträge unseres Seminars folgen fast wörtlich dem ersten Kapitel von [Ser71].

Zwei weitere Referenzen, die wir nicht so oft benutzen, sind die Notizen von Jakob Scholbach [Sch19] und das Buch von Fulton–Harris [FH13]. Die Notizen [Sch19] sind auf deutsch, und wir geben entsprechende Referenzen an, damit Sie das deutsche Vokabular der Darstellungstheorie lernen können. Im Vergleich zu [Ser71] sind diese Notizen deutlich fortgeschrittener und verwenden eine stark kategorielle Sprache, die teilweise für Sie schwer verständlich sein könnte. Deswegen geben wir jeweils genau an, was davon im Seminar behandelt werden sollte. Die Referenz [FH13] ist noch fortgeschrittener als [Sch19], aber es ist die beste Quelle für die Charaktertafel von A_5 (und damit im Wesentlichen nur für den letzten Sprecher relevant).

4. Ablauf des Seminars

In der Vorbesprechung in dieser Woche werden die Vorträge verteilt, Sie halten jeweils zwei halbe Vorträge, davon einen in der ersten und einen in der zweiten Hälfte des Seminars. Sie sollten Ihren Vortrag so rechtzeitig vorbereiten, dass Sie ca. 10 Tage vor dem Vortrag mit Herrn Lourenço Ihre Fragen besprechen können. Hierzu sollten Sie schon ein vorläufiges Manuskript des Vortrags angefertigt haben und mitbringen.

Beachten Sie bei der Vorbereitung, dass die Teilvorträge jeweils ca. 40 Minuten dauern sollen. Am Besten halten Sie den Vortrag einmal zur Probe und achten auf die Zeit – planen Sie auch mögliche Zwischenfragen ein.

Am Ende jedes Termins sollten Sie alle den jeweiligen beiden Vortragenden Feedback geben.

5. Beschreibung der Vorträge

1. Vortrag: Untergruppen, Normalteiler und Homomorphismen (13.10.22).

Erste Hälfte. Führen Sie die Definition einer Gruppe G bzw. Untergruppe $H < G$ nach [Fis08, Abschnitte I.1.3 und I.1.6] ein. Definieren Sie die symmetrischen Gruppen S_n nach [Fis08, Beispiel I.1.9.2], die allgemeinen linearen Gruppen $\mathrm{GL}(n, \mathbb{C})$ und die orthogonalen Gruppen $\mathrm{O}(n, \mathbb{R})$ wie bei [Fis08, Beispiel I.1.9.3]. Klassifizieren Sie die Untergruppen von $\mathbb{Z}$ nach [Fis08, Satz I.1.8.1]. Definieren Sie Gruppenhomomorphismen $\varphi\colon G \to G'$, deren Kerne und Bilder, sowie die Begriffe von Mono-, Epi- und Isomorphismen, siehe [Fis08, Abschnitt I.2.1]. Führen Sie die zyklische Gruppe Z_n als Bild eines Homomorphismus $\mathbb{Z} \to \mathbb{C}^\times$ ein, siehe [Fis08, Beispiel I.2.2.3]. Erwähnen Sie, dass det ein Gruppenhomomorphismus ist, siehe [Fis08, Beispiel I.2.2.5]. Schließlich definieren Sie ganz kurz die alternierenden Gruppen, vergleiche mit [Fis08, Beispiel I.2.2.6] (ohne Beweis, dass das Signum die Multiplikation erhält).

Zweite Hälfte. Definieren Sie die Mengen G/H bzw. $H\backslash G$ der Links- bzw. Rechtsnebenklassen einer Untergruppe $H < G$, die eine Zerlegung von G bilden, siehe [Fis08, Abschnitt I.2.3]. Definieren Sie die Ordnung einer endlichen Gruppe G und zeigen Sie den Satz von Lagrange nach [Fis08, Abschnitt I.2.4]. Besprechen Sie [Fis08, Beispiel I.2.5.1, I.2.5.3]. Definieren Sie Normalteiler $N \lhd G$, siehe [Fis08, Abschnitt I.2.6] und deren Verhalten bzgl. Homomorphismen, siehe [Fis08, Abschnitt I.2.7]. Versehen Sie die Nebenklassenmenge G/N mit einer Gruppenstruktur, welche die sogenannte Faktorgruppe bildet, siehe [Fis08, Satz I.2.8.1]. Identifizieren Sie Z_n mit der Faktorgruppe $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, siehe [Fis08, Beispiel I.2.9.2]. Definieren Sie $\mathrm{SL}(n, \mathbb{C})$ und $\mathrm{SO}(n, \mathbb{R})$ wie bei [Fis08, Beispiel I.2.9.4].

2. Vortrag: Isomorphiesätze und Gruppenoperationen (20.10.22).

Erste Hälfte. Zeigen Sie den Faktorisierungssatz, den ersten und den dritten Isomorphiesatz, siehe [Fis08, Abschnitt I.3.1]. Definieren Sie das äußere Produkt $G_1 \times G_2$ von zwei Gruppen und vergleichen Sie mit dem inneren Produkt $G = N_1 \times N_2$ von zwei Normalteilern, siehe [Fis08, Abschnitte I.3.2 und I.3.3]. Formulieren Sie den Satz über das äußere semidirekte Produkt $G = N \rtimes H$, sowie den zweiten Isomorphiesatz, vergleiche mit [Fis08, Abschnitte I.3.4 und I.3.5]. Definieren Sie die Kleinsche Vierergruppe $Z_2 \times Z_2$, siehe [Fis08, Beispiel I.3.6.1]. Zeigen Sie, dass $S_n = A_n \rtimes Z_2$ wie bei [Fis08, Beispiel I.3.6.2]. Definieren Sie die Diedergruppen $D_n = Z_n \rtimes Z_2$, siehe [Fis08, Beispiel I.3.6.5].

Zweite Hälfte. Definieren Sie Operationen einer Gruppe G auf einer Menge M und erklären Sie, welche von ihnen transitiv sind, siehe [Fis08, Abschnitt I.4.1]. Erklären Sie, wie $\mathrm{GL}(n, \mathbb{C})$ auf $\mathbb{C}^n$ operiert, siehe [Fis08, Beispiel I.4.2.1]. Erklären Sie die Links-, Rechts- und Konjugationsoperationen von G auf sich selbst, siehe [Fis08, Beispiel I.4.2.2]. Zeigen Sie den Satz von Cayley, siehe [Fis08, Abschnitt I.4.2]. Definieren Sie die Bahn $G \cdot m$ von $m \in M$, den Bahnenraum M/G und die Standgruppen $\mathrm{Sta}_G(N)$ von Teilmengen $N \subset M$, und zeigen Bahnenlemma und -gleichung, siehe [Fis08, Abschnitt I.4.3]. Spezialisieren Sie Obiges auf den Fall der Konjugationsoperation, siehe [Fis08, Abschnitt I.4.4]. Führen Sie die Zyklen einer Permutation $\sigma \in S_n$ ein und zeigen Sie die Zyklenzerlegung von σ. Erwähnen Sie, dass S_n durch ihre 2-Zyklen und A_n durch ihre 3-Zyklen erzeugt wird.

3. Vortrag: Automorphismen platonischer Körper (27.10.22).

Erste Hälfte. Betrachten Sie das regelmäßige n-Eck $P_n \subset \mathbb{R}^2$. Identifizieren Sie im Detail seine Symmetrie- bzw. Drehgruppe mit der Diedergruppe D_n bzw. der zyklischen Gruppe Z_n, siehe [Fis08, Satz I.5.1.1]. Klassifizieren Sie die endlichen Untergruppen von $\mathrm{SO}(2, \mathbb{R})$ und $\mathrm{O}(2, \mathbb{R})$, siehe [Fis08, Satz I.5.2.1]. Listen Sie die platonischen Körper in $\mathbb{R}^3$ auf und bestimmen ihre jeweiligen Dualen, siehe [Fis08, Anhang 1]. Erwähnen Sie die entsprechenden Symmetrie- bzw. Drehgruppen, und formulieren Sie den Satz über die endlichen Untergruppen von $\mathrm{SO}(3, \mathbb{R})$, siehe z.B. [Fis08, Abschnitt I.5.7].

Zweite Hälfte. Rechnen Sie die Drehgruppe des Tetraeders nach [Fis08, Abschnitt I.5.3] ausführlich aus und listen Sie die verschiedenen Permutationen in Termen von Konjugationsklassen auf. Wiederholen Sie dieselbe Aufgabe für den Würfel, bzw. den Dodekaeder (wenn noch Zeit übrig bleibt), siehe [Fis08, Abschnitte I.5.4 und I.5.5].

4. Vortrag: Grundlagen von Darstellungen (3.11.22).

Erste Hälfte. Definieren Sie komplexe Darstellungen V einer endlichen Gruppe G mit $\dim(V) < \infty$, ihre Matrixform, und den Begriff von Isomorphie, siehe [Ser71, nº 1.1]. Beschreiben Sie eindimensionale Darstellungen von G und die reguläre Darstellung von G auf dem Vektorraum $\mathbb{C}^{|G|}$, siehe [Ser71, nº 1.2]. Definieren Sie komplexe Unterdarstellungen $W \subset V$ von G und zeigen Sie, dass die triviale Darstellung in der regulären Darstellung liegt, siehe [Ser71, nº 1.3]. Formulieren Sie den Satz von Maschke (siehe [Ser71, Théorème 1.3.1] oder [Sch19, Theorem 3.7]).

Zweite Hälfte. Definieren Sie die Hom-Darstellung $\mathrm{Hom}(V_1, V_2)$, siehe [Ser71, Exercice 2.1.4] und den Projektor $\mathrm{av}_G : V \to V^G$ von [Sch19, Lemma 3.3]. Beweisen Sie den Satz von Maschke, siehe [Sch19, Theorem 3.7]. Definieren Sie einfache und unzerlegbare komplexe Darstellungen $V \in \mathrm{Irrep}(G)$ und zeigen Sie, dass beide Begriffe wegen des Satzes von Maschke übereinstimmen. Beweisen Sie [Ser71, Théorème 1.4.2], dass jede Darstellung V eine Summe einfacher Darstellungen von G ist. Bemerken Sie, dass die Zerlegung in einfache Darstellungen nicht eindeutig ist.

5. Vortrag: Charaktere, das Lemma von Schur und Orthonormalität (10.11.22).

Erste Hälfte. Führen Sie den Charakter $\chi_V : G \to \mathbb{C}$ von $V \in \mathrm{Rep}(G)$ ein, siehe [Ser71, nº 2.1]. Zeigen Sie [Ser71, Proposition 2.1.1] über die Werte von χ_V und berechnen Sie die Charaktere der Summe und der Hom-Darstellung, siehe [Ser71, Proposition 2.1.2]. Lösen Sie [Ser71, Exercice 2.1.2]. Beweisen Sie das Lemma von Schur, siehe [Ser71, Proposition 2.2.4]. Zeigen Sie, dass $\dim(V^G)$ gleich der Durchschnitt von $\chi_V(g)$ für $g \in G$ ist, siehe [Sch19, Gleichung (4.4)].

Zweite Hälfte. Definieren Sie das Skalarprodukt $\langle \chi_{V_1}, \chi_{V_2} \rangle$ von $V_i \in \mathrm{Rep}(G)$, und prüfen Sie die Semilinearität und Positivität. Leiten Sie die Multiplizitätenformel nach [Sch19, Folgerung 4.9] ab, d.h. $\langle \chi_{V_1}, \chi_{V_2} \rangle = \dim(\mathrm{Hom}(V_1, V_2)^G)$. Schließen Sie die Orthonormalität der χ_V für $V \in \mathrm{Irrep}(G)$ wie bei [Ser71, Théorème 2.3.3]. Zeigen Sie auch [Ser71, Théorème 2.3.4], das die Multiplizität einer einfachen Darstellung $W \in \mathrm{Irrep}(G)$ in V mit $\langle \chi_W, \chi_V \rangle$ identifiziert. Diskutieren Sie weiter [Ser71, Corollaires 2.3.1 et 2.3.2] und das Einfachheitskriterium von [Ser71, Théorème 2.3.5].

6. Vortrag: Zerlegung der regulären Darstellung und Anzahl einfacher Darstellungen (17.11.22).

Erste Hälfte. Sei R die reguläre Darstellung von G und rechnen Sie ihren Charakter aus, siehe [Ser71, Proposition 2.4.5], und schließen Sie daraus die Gleichheiten $\langle \chi_V, \chi_R \rangle = \dim(V)$ und $\sum \dim(V_i)^2 = |G|$, wobei $V_i \in \mathrm{Irrep}(G)$ durch die Menge einfacher G-Darstellungen bis auf Isomorphie läuft, siehe [Ser71, Corollaires 2.4.1 et 2.4.2]. Definieren Sie den Vektorraum zentraler komplexer Funktionen auf G und zeigen Sie, dass die einfachen Charaktere eine orthonormale Basis davon bilden, siehe [Ser71, Théorème 2.5.6].

Zweite Hälfte. Zeigen Sie, dass die Anzahl $|\mathrm{Irrep}(G)|$ einfacher G-Darstellungen gleich die Klassenzahl von G ist, siehe [Ser71, Théorème 2.5.7]. Führen Sie die Charaktertafel einer endlichen Gruppe G nach [Sch19, Definition 4.30] ein. Schreiben Sie diese auf, wenn $G = Z_3 = A_3$ oder $G = D_3 = S_3$, vergleiche mit [Ser71, Exemple 2.5.1, n$^{\text{o}}$ 5.1]. Definieren Sie die Zerlegung von V in isotypischen Komponenten, siehe [Sch19, Satz 3.9], die unter G-invarianten Abbildungen $V_1 \to V_2$ erhalten wird, indem Sie [Sch19, Übungsaufgabe 3.21] lösen.

7. Vortrag: Induzierte Darstellungen (24.11.22).

Erste Hälfte. Gegeben eine abelsche endliche Gruppe A, zeigen Sie, dass jedes $V \in \mathrm{Irrep}(A)$ eindimensional ist, siehe [Ser71, Théorème 3.1.9], und schätzen Sie $\dim(V)$ für $V \in \mathrm{Irrep}(G)$ ab, siehe [Ser71, Corollaire 3.1.1]. Gegeben $G = G_1 \times G_2$, zeigen Sie $\mathrm{Irrep}(G) = \mathrm{Hom}(\mathrm{Irrep}(G_1), \mathrm{Irrep}(G_2))$, vgl. [Ser71, Théorème 3.2.10] und [Sch19, Lemma 4.18, Theorem 4.24]. Gegeben $H < G$, erläutern Sie, wann $V \in \mathrm{Rep}(G)$ durch eine Unterdarstellung $V \supset W \in \mathrm{Rep}(H)$ induziert ist, siehe [Ser71, Définition 3.3.1]. Zeigen Sie, dass für die regulären Darstellungen $R_G = \mathrm{Ind}_H^G R_H$ gilt, siehe [Ser71, Exemple 3.3.1]

Zweite Hälfte. Erklären Sie, wie ein H-Morphismus $W \to V'$ sich eindeutig zu einem G-Morphismus $\mathrm{Ind}_H^G W \to V'$ ausdehnen lässt, siehe [Ser71, Lemme 3.3.1] und folgern Sie damit die Frobenius-Reziprozität, siehe [Ser71, Théorème 7.2.13] (nur für Charaktere). Zeigen Sie die Existenz und Eindeutigkeit von $V := \mathrm{Ind}_H^G W$ nach [Ser71, Théorème 3.3.11]. Berechnen Sie χ_V in Termen von χ_W, siehe [Ser71, Théorème 3.3.12]. Lösen Sie [Ser71, Exercice 3.3.2].

8. Vortrag: Gruppenalgebra und Ganzzahligkeit (1.12.22).

Erste Hälfte. Definieren Sie Ringe, Einheiten, Körper, Unterringe und Ringhomomorphismen wie bei [Fis08, Abschnitte II.1.1, II.1.2 und II.1.3]. Erwähnen Sie die bekannten Ringen $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, und $\mathbb{C}$ nach [Fis08, Beispiele II.1.4.1 und II.1.4.2]. Definieren Sie die Gruppenalgebra $\mathbb{C}[G]$ und formulieren Sie die Zerlegung $\mathbb{C}[G] \simeq \prod_i \mathrm{End}(V_i)$ wobei $V_i \in \mathrm{Irrep}(G)$, siehe [Ser71, Proposition 6.2.10]. Bestimmen Sie das Zentrum $Z(\mathbb{C}[G])$ und sein Bild unter die obige Zerlegung, siehe [Ser71, Proposition 6.3.12]. Führen Sie den Ring $\bar{\mathbb{Z}}$ algebraischer Zahlen (zuerst als Menge) ein, und zeigen Sie, dass Einheitswurzeln darin liegen und $\mathbb{Q} \cap \bar{\mathbb{Z}} = \mathbb{Z}$.

Zweite Hälfte. Beweisen Sie [Ser71, Proposition 6.4.14] und auch [Ser71, Corollaires 6.4.1 et 6.4.2]. Zeigen Sie nach [Ser71, Proposition 6.5.15], dass χ_V über $\bar{\mathbb{Z}}$ faktorisiert. Bemerken Sie, dass $Z(\bar{\mathbb{Z}}[G])$ ganzzahlig über $\mathbb{Z}$ ist, siehe [Ser71, Proposition 6.5.16]. Folgern Sie nach [Ser71, Corollaire 6.5.2], dass $\dim(V)$ die Ordnung von G teilt, wobei $V \in \mathrm{Irrep}(G)$.

9. Vortrag: Charaktertafeln der Drehgruppen platonischer Körper (8.12.22).

Erste Hälfte. Schreiben Sie die vollständigen Charaktertafeln von Z_n und D_n auf, siehe [Ser71, n$^{\text{o}}$s 5.1 et 5.3], indem Sie alle möglichen Resultate verwenden, die im Laufe des Seminars bewiesen wurden.

Zweite Hälfte. Schreiben Sie die vollständigen Charaktertafeln von A_4, S_4, und A_5 auf, siehe [Ser71, n$^{\text{o}}$s 5.7 et 5.8] und [FH13, Section 3.1], indem Sie alle möglichen Resultate verwenden, die im Laufe des Seminars bewiesen wurden.

Literatur

[FH13] William Fulton and Joe Harris. *Representation theory: a first course*, volume 129. Springer Science & Business Media, 2013. 2, 6

[Fis08] Gerd Fischer. *Lehrbuch der Algebra*. Springer, 2008. 2, 3, 4, 5

[S+77] Jean-Pierre Serre et al. *Linear representations of finite groups*, volume 42. Springer, 1977. 2

[Sch19] Jakob Scholbach. Darstellungstheorie endlicher Gruppen. 2019. 2, 4, 5

[Ser71] Jean-Pierre Serre. Représentations linéaires des groupes finis. *Hermann, Paris*, 1971. 2, 4, 5, 6

Mathematisches Institut, Universität Münster, Einsteinstrasse 62, Münster, Deutschland
Email address: j.lourenco@uni-muenster.de

Mathematisches Institut, Universität Münster, Einsteinstrasse 62, Münster, Deutschland
Email address: viehmann@uni-muenster.de