

# Friction mediated by elastic linkages : towards treadmilling adhering filaments

Vuk Milisic

January 24, 2022

## Résumé

La motilité cellulaire est la capacité des cellules à générer un mouvement spontané. Dans ce contexte, C. Schmeiser et D. Oelz ont proposé une approche pionnière dans [6, 7]. Dans ces articles, les forces d'adhésion à mémoire font partie des éléments constitutifs du modèle. Ces forces stabilisent le réseau d'actine et permettent l'adhésion des cellules au substrat. Un passage à la limite formel permet de transformer ces forces en friction instantanée fournissant un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires paraboliques. Depuis [1, 2, 3, 5, 4] beaucoup d'efforts ont été faits afin de prouver ces calculs formels. Cette thèse de doctorat devrait aussi contribuer à cet objectif.

Pour ce faire, on propose de suivre deux directions en particulier : les aspects *treadmilling* et ceux liés à la contrainte d'inextensibilité.

Dans le premier cas, ce que l'on aimerait inclure dans l'analyse de l'asymptotique, c'est le fait que les filaments d'actine polymérisent du côté qui touche l'extrémité de la cellule et dépolymérisent du côté du noyau. Cela se traduit par un terme de transport dans les équations. On veut pouvoir démontrer rigoureusement le passage à la limite en tenant compte de cet effet de glissement de la configuration de référence.

Dans un deuxième volet, on veut étendre les résultats de [4] au cas d'un filament inextensible. De manière plus précise, on se propose d'étudier la même asymptotique que dans [4], mais à la place de considérer la mappe harmonique on veut traiter le cas des équations paraboliques du quatrième ordre avec une contrainte locale (en espace) au premier ordre.

Un volet numérique pourra s'ajouter à la thèse et l'on pourra discrétiser et simuler les différents modèles et donner des estimations d'erreur numériques.

## Abstract

Cell motility is the ability of cells to generate a spontaneous motion. In this context C. Schmeiser and D. Oelz proposed a pioneering model in [6, 7]. In these papers adhesion forces with memory are part of the building blocks of the model. These forces stabilise the actin filament network and allow cell adhesion to the substrate. A formal limit transforming them into instantaneous friction forces is made providing a set of parabolic non-linear partial differential equations. Since [1, 2, 3, 5, 4] a lot of efforts were made in order to prove these formal computations. This PhD thesis should contribute to this goal.

To do this, we propose to follow two directions in particular : the *treadmiling* aspects and those related to the inextensibility constraint.

In the first case, what we would like to include in the analysis of the asymptotic, it is the fact that the actin filaments polymerize on one end of the cell and depolymerize on the other side. This translates to a convective term in the equations. We want to be able to rigorously prove the passage to the limit taking into account this sliding effect of the reference configuration.

In a second part, we want to extend the results of [4] to the case of an inextensible filament. More precisely, we propose to study the same asymptotic than in [4], but instead of considering the harmonic map, we want to work with parabolic equations of the fourth order with a local constraint (in space) to the first order.

Numerical aspects can be considered as well in this work : one should discretize these models, and compute numerically error estimates either in the long time asymptotic or in the friction regimes.

## References

- [1] V. Milišić and D. Oelz. On the asymptotic regime of a model for friction mediated by transient elastic linkages. *J. Math. Pures Appl. (9)*, 96(5):484–501, 2011.
- [2] V. Milišić and D. Oelz. On a structured model for the load dependent reaction kinetics of transient elastic linkages. *SIAM J. Math. Anal.*, 47(3):2104–2121, 2015.
- [3] V. Milišić and D. Oelz. Tear-off versus global existence for a structured model of adhesion mediated by transient elastic linkages. *Commun. Math. Sci.*, 14(5):1353–1372, 2016.
- [4] Vuk Milišić. From delayed and constrained minimizing movements to the harmonic map heat equation. *J. Funct. Anal.*, 279(2):50, 2020. Id/No 108520.
- [5] Vuk Milišić and Dietmar Oelz. Space dependent adhesion forces mediated by transient elastic linkages: new convergence and global existence results. *J. Differ. Equations*, 265(12):6049–6082, 2018.

- [6] D. Oelz and C. Schmeiser. Derivation of a model for symmetric lamellipodia with instantaneous cross-link turnover. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 198(3):963–980, 2010.
- [7] D. Oelz, C. Schmeiser, and V. Small. Modelling of the actin-cytoskeleton in symmetric lamellipodial fragments. *Cell Adhesion and Migration*, 2:117–126, 2008.