

TD $n^{\circ}9$

Exercice 1 :

Montrer que 13 divise $2^{70} + 3^{70}$.

Exercice 2 :

Montrer que 7 divise 2222^{5555} et 5555^{2222} .

Exercice 3 :

Déterminer l'ensemble des entiers $k \in \mathbb{Z}$ tels que

$$k \equiv 2 \pmod{37} \quad \text{et} \quad k \equiv 9 \pmod{19}$$

Exercice 4 :

1. Décomposer 187 en produit de facteurs premiers.
2. Combien y a-t-il d'entiers compris entre 1 et 187 qui sont premiers avec 187 ?
3. Calculer le reste de la division euclidienne de 2^{322} par 187.

Exercice 5 :

Quels sont les deux derniers chiffres de 2022^{2022} ?

Exercice 6 :

Monter que pour tout entier $n \geq 3$, $\varphi(n)$ est un nombre pair.

Exercice 7 :

Soit $n \geq 0$ un entier.

1. Pour d diviseur positif de n , combien y a-t-il de $k \in [1; n]$ vérifiant $k \wedge n = d$?
2. En déduire que

$$n = \sum_{d|n} \varphi(d)$$

où la somme est sur les diviseurs positifs d de n .