



PROGRAMME DE LANGLANDS p -ADIQUE : ASPECTS ANALYTIQUES ET COMPATIBILITÉ
LOCALE–GLOBALE

VENDREDI 31 MAI 2024

SALLE A2 202, UNIVERSITÉ DE PARIS 8

9.30–10.00 : *Caffè ! (Maison de la Recherche)*

10.00–11.00 : *Christophe Breuil (C.N.R.S. et Institut de Mathématique d'Orsay)*

Complexe de de Rham de l'espace de Drinfeld et foncteurs de "wall-crossing"

Soit p un nombre premier et K une extension finie de \mathbb{Q}_p . Dans un travail en commun avec Zicheng Qian, nous explicitons complètement le complexe de de Rham de l'espace de Drinfeld sur K comme complexe de (duaux de) représentations localement K -analytiques de $\mathrm{GL}_n(K)$, et donnons un scindage explicite de ce complexe. Je présenterai ces résultats en insistant sur les foncteurs de "wall-crossing" sur les représentations localement analytiques qui jouent un rôle important dans les preuves.

11.15–12.15 : *Zicheng Qian (Morningside center for mathematics, Chinese Academy of Science)*

Two filtrations on certain higher Ext groups between locally analytic generalized Steinberg

Let $I_1 \subseteq I_0 \subseteq \Delta$ be two sets of positive simple roots w.r.t upper Borel of $G = \mathrm{GL}(n, K)$. We consider the Ext groups of the form $\mathrm{Ext}_G^{\#I_0 \setminus I_1}(V_{I_0}^{\mathrm{an}}, V_{I_1}^{\mathrm{an}})$ with $V_{I_i}^{\mathrm{an}}$ being the locally analytic generalized Steinberg attached to I_i . We introduce two filtrations on such Ext groups. The first filtration comes from cup product maps between such Ext groups for varying I_0, I_1 . The second filtration comes from layer structure of $V_{I_1}^{\mathrm{an}}$ and is indexed by (partial-)Coxeter elements with support contained in $I_0 \setminus I_1$. We prove that these two filtrations are transversal in suitable sense using some vanishing results on Ext groups with parabolic principal series. If time permits, we introduce some application of this result to de Rham complex of Drinfeld space.

12.15–13.30 : *Déjeuneur (Maison de la Recherche)*

13.30–14.30 : *Jack Thorne (University of Cambridge)*

The Ramanujan Conjecture for Bianchi Modular Forms

The Ramanujan Conjecture for a Bianchi modular form over an imaginary quadratic field was proved in the lowest weight ("weight 2") case in the 10-author paper, by proving the potential automorphy of the symmetric powers of associated 2-dimensional compatible systems of Galois representations. Treating the higher weight situation presents difficulties due to the paucity of congruences between Bianchi modular forms of different weights. I will explain these difficulties and how they can be avoided to indeed prove the Ramanujan Conjecture in the general case. This is joint work with Boxer, Calegari, Gee, and Newton

14.45–15.45 : *Eknath Ghate (Tata Institute of Fundamental Research)*

Reductions of Galois representations using the Iwahori mod p LLC

That there is an intimate connection between algebra (representations of Galois groups) and analysis (representations of matrix groups) is the content of the Langlands program. We first recall the mod p Local Langlands Correspondence using Iwahori induction.

We then use the Iwahori mod p LLC to compute the reductions of all 2-dimensional semi-stable representations of the Galois group of \mathbb{Q}_p of weights up to $p+1$. We show that the reduction varies through an alternating sequence of irreducible and reducible representations. In the reducible cases, we also determine the tricky constants appearing in the unramified characters completely.

In principle, our method works for all weights. In particular, it lets us go beyond the earlier glass ceiling of weight $p-1$ which occurs in the deep works of Breuil–Mézard and Guerberoff–Park, allowing us to complete our proof of our zig-zag conjecture.

This is joint work with Anand Chitrao (<https://arxiv.org/abs/2311.03740>); since the paper was posted six months ago, some pending claims (in footnotes 10,11,12,16,17) have all been confirmed theoretically using some software developed by the RISC group in Austria.

16.00–17.00 : Arnaud Vanhaecke (Université de Clermont–Ferrand)

La série spéciale et le demi-plan p -adiques

La correspondance de Langlands locale p -adique reste encore très mystérieuse au-delà de $G = \mathrm{GL}_2(\mathbb{Q}_p)$. Les résultats récents de Colmez, Dospinescu et Niziol concernant la cohomologie étale p -adique de la tour de Drinfeld donnent l'espoir qu'un foncteur de nature géométrique pourrait définir une correspondance pour les représentations dont les vecteurs lisses sont cuspidales : c'est le cas de poids $(0, 1)$.

En considérant la cohomologie à coefficients dans un système local étale p -adique, on obtient les représentations dont la partie lisse des vecteurs localement algébriques est cuspidale : c'est le cas de poids supérieurs. On obtient aussi, de façon surprenante, les représentations dites spéciales. En un mot, se sont des complétés des Steinberg localement algébriques.

J'expliquerai comment la cohomologie étale à coefficients dans l'algèbre symétrique du système local universel sur le demi-plan p -adique réalise la correspondance de Langlands locale p -adique dans le cas spécial puis j'évoquerai les espoirs de cette construction pour $\mathrm{GL}_2(F)$.

Les journées arithmétiques du LAGA sont organisées par P. Boyer, F. Brumley, F. Mokrane, S. Morra, O. Wittenberg et sont soutenues par le LAGA, l'ANR COLOSS et l'Université de Paris