



SÉANCE XXVII: À LA MÉMOIRE DE JEAN-MARC FONTAINE ET JEAN-PIERRE WINTENBERGER

IHÉS, Marilyn and James Simons Conference Centre

Lundi 14 Octobre

9.30–10.30 : *Luc Illusie (Orsay)*

Relèvements modulo p^2 et filtration de Nygaard

Je revisiterai les décompositions de complexes de de Rham en caractéristique positive étudiées dans mon article avec Deligne de 1987 à la lumière de nouvelles relations apparues récemment entre complexes cotangents, relèvements modulo p^2 , complexes de de Rham-Witt et complexes de de Rham dérivés. Ces relations ont été observées indépendamment par Bhargav Bhatt.

10.45–11.15 : *Pause Café*

11.15–12.15 : *Pierre Colmez (CNRS Jussieu)*

Flânerie dans le programme de Fontaine

Je proposerai une promenade orientée et partielle à travers l'oeuvre de Fontaine.

12.15–14.00 : *Déjeuneur (Restaurant "Les Cèdres", Campus d'Orsay)*

14.00–15.00 : *Nathalie Wach (Strasbourg)*

Le corps des normes de certaines extensions infinies de corps locaux

La théorie du corps des normes constitue la thèse que J-P. Wintenberger a effectuée sous la direction de J-M. Fontaine. Nous présenterons l'article de J-P. Wintenberger, publié aux Annales Scientifiques de l'ENS en 1983. Nous construirons le corps des normes et verrons en quoi cette théorie est une contribution importante pour la construction des périodes p -adiques.

15.00–15.30 : *Pause Café*

15.45–16.45 : *John Coates (Cambridge)*

L -values and the exact Birch-Swinnerton-Dyer formula

Let $K = \mathbf{Q}(\sqrt{-q})$, where q is a prime $\equiv 7 \pmod{8}$, and let h be the class number of K . One of the important achievements of the great 19-th century German school of number theory was Dirichlet's proof, using the value at $s = 0$ of his L -function $L(\chi, s)$ attached to K ; that $h = R - N$, where R is the number of residues and N is the number of non residues modulo q in the set $\{1, 2, \dots, (q-1)/2\}$. No proof of even the assertion that always $R > N$ which does not involve L -values has ever been found. As we shall explain in more detail in the lecture, a special case of the celebrated conjecture of Birch and Swinnerton-Dyer predicts a precise analogue of Dirichlet's formula for elliptic curves E , which are defined over the Hilbert class field H of K , and admit complex multiplication by the ring of integers of K . Indeed thanks to a theorem of Deuring, the complex L -series $L(E/H, s)$ attached to such an E has an analytic continuation over the whole complex plane, and, in particular, the

conjecture of Birch and Swinnerton-Dyer asserts that $L(E/H, 1) \neq 0$ if and only if the group $E(H)$ of H -rational points on E is finite. In my lecture, I hope to explain some joint work with Y. Li and Y. Tian whose aim is to prove that the Tate-Safarevich group $\text{III}(E/H)$ is indeed finite and has order exactly as predicted by the conjecture of Birch and Swinnerton-Dyer. I shall also discuss some numerical illustration of these results. The theoretical argument will all be based on Iwasawa theory.

17.00–18:00 : Agnès David (Besançon)

Déformations galoisiennes et variétés de Kisin dans la conjecture de Breuil-Mézard

Je présenterai la structure de certains anneaux de déformations galoisiennes, dont l'étude est motivée par la conjecture de Breuil-Mézard. Celle-ci prédit des relations, régies par la correspondance de Langlands, entre les fibres spéciales de ces anneaux pour différentes contraintes de déformation (poids de Hodge-Tate, type inertiel) et est intimement liée à des questions globales de relèvement de modularité. Les modules de Breuil-Kisin s'avèrent très efficaces, théoriquement comme algorithmiquement, dans l'étude de ces anneaux. Ils fournissent notamment de nombreuses informations sur les variétés de Kisin associées. J'en expliquerai les conséquences sur la géométrie des espaces de déformations galoisiennes et les nouveaux phénomènes observés. Il s'agit de travaux en commun avec Xavier Caruso et Ariane Mézard.

Mardi 15 Octobre

9.30–10.30 : Bernadette Perrin-Riou (Orsay)

Promenade dans le jardin des symboles modulaires.

Je revisiterai un certain nombre de notions ou de résultats sur les symboles modulaires de Pollack-Stevens, le produit de Petersson ou les séries d'Eisenstein qui nous ont été utiles pour mettre en place dans Pari/GP les fonctions L p -adiques associées à des formes modulaires pour $\Gamma_0(N)$, le calcul de la constante de Manin... (travail commun avec D. Bernardi et K. Belabas).

10.45–11.15 : Pause Café

11.15–12.15 : Christophe Breuil (CNRS Orsay)

Espace de Drinfeld, complexe de de Rham et représentations localement analytiques de $\text{GL}_3(\mathbf{Q}_p)$

Par un résultat de Dat, le complexe de de Rham de l'espace de Drinfeld (plus exactement ses sections globales) se scinde dans une catégorie dérivée convenable (i. e. est isomorphe à sa cohomologie). Mais ce scindage n'est pas explicite, et on s'attend à ce que la théorie des représentations localement analytiques de $\text{GL}_n(\mathbf{Q}_p)$ permette de construire des scindages explicites. Après avoir rappelé le cas de $\text{GL}_2(\mathbf{Q}_p)$ (dû à Schraen), on montre le cas de $\text{GL}_3(\mathbf{Q}_p)$. Un point intéressant est que les représentations de $\text{GL}_3(\mathbf{Q}_p)$ qui permettent le scindage apparaissent par ailleurs dans des espaces de formes automorphes p -adiques.

12.15–14.00 : Déjeuneur (Restaurant "Les Cèdres", Campus d'Orsay)

14.00-15.00 : Toby Gee (Imperial College London)

Lifting Galois representations

I will discuss the problem of producing lifts of a mod p representation of a local or global Galois group to characteristic zero. This will involve the Khare–Wintenberger method, and moduli stacks of (φ, Γ) -modules. (Joint work with Matthew Emerton.)

15.15–16.15 : Laurent Fargues (CNRS Jussieu)

La correspondance de Langlands locale: construction des paramètres semi-simples

J'expliquerai la stratégie générale de construction des paramètres de Langlands semi-simple pour la correspondance de Langlands sur un corps p -adique. Cette construction utilise un procédé de géométrisation passant par le champ des fibrés sur la courbe. Il s'agit d'un travail en cours en commun avec Peter Scholze.

Le séminaire de Théorie de Nombres Paris–Londres est soutenu par l'Institut de Mathématiques de Jussieu–Paris Rive Gauche, le département de Mathématiques d'Orsay, l'ANR CLap CLap, Heilbronn Institute for Mathematical Research