

L'art de la Preuve

Marie Kerjean, Micaela Mayero, Pierre Rousselin

Université Paris 13 (USPN),
LIPN

octobre 2022

Les Mathématiques 1/2

- Babylone, Chine, Inde, civilisations précolombiennes

(\approx 3000 av. J.-C.) :



calculs pour les pyramides



le commerce, ...

Les Mathématiques 2/2

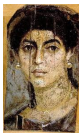
- ▶ Grèce antique (\approx 500 av. J.-C.) :



Pythagore



, Thales



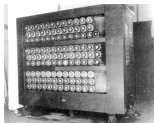
- ▶ Hypathie (\approx 400)

, Sophie Germain (XIX^e)



L'Informatique 1/3

► Ordinateurs (machines) :



pour calculer (1645, 1834, 1936)



Pascal



Babbage



Turing

L'Informatique 2/3



- Premiers algorithmes : 1843, Ada Lovelace,

première implémentation d'un **algorithme** sous forme de **programme** pour la machine analytique de Babbage.

```

1 ALGORITHME "la somme de 10 valeurs"
2 Variables i,somme:Entier
3     tableau t(10):Entier
4 Debut
5 Somme<---0
6 Pour i=1 a 10 Faire
7 Lire t(i)
8 somme<---somme+t(i)
9 Finpour
10 Ecrire "La somme Est :", somme
11 Fin
12 *****
13 Pour i=1 a 10 Faire
14     Ecrire "donner une valeur"
15 Lire a
16 somme<---somme+a
17 Finpour
  
```

```

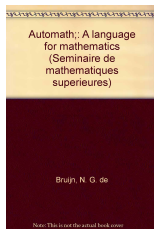
1 let rec ppocli, j) =
2   if i = 2 then 1 else
3   if i > j then ppocli(i-1, j)
4   else ppocli(i, j+1);
5
6 let (a,b) = (int_of_string Sys.argv.(2))
7           (int_of_string Sys.argv.(3));
8
9 Printf.printf "%i\n" (ppocli a b));
10 exit 0;
  
```

L'Informatique 3/3

puis démontrer (1967, 1984)



De Bruijn



Automath



Coquand



Paulin



Coq

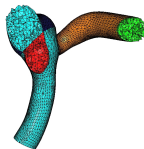
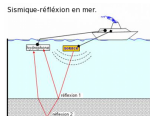
Pourquoi chercher ?

- ▶ Pour comprendre, pour améliorer notre qualité de vie, ...



- ▶ Ponts et chaussées

- ▶ Prospection pétrolière
- ▶ Avionique/Aérospatiale



- ▶ Simulation numérique
- ▶ Médecine
- ▶ Pas forcément applicatif ("utile")...

Pourquoi des logiciels pour faire des maths ?

- ▶ Pour faire des calculs ; **mais attention**, les ordinateurs de savent pas bien calculer :

$$A = (1003 + -1000) + 7.501 = 10.5010000000000012$$

$$B = 1003 + (-1000 + 7.501) = 10.50099999999999764$$

Et donc a-t-on $A = B$?

- ▶ Pour aider l'être humain, être sûr que rien n'a été oublié, que l'on utilise les bonnes hypothèses (**sécurité**).

Cela arrive : NASA

$$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \dots$$

$$\text{Oubli : } a \leq b$$

↪ **Automatiser le raisonnement.**

Les outils d'aide à la preuve

- ▶ B, Coq, PVS, HOL, Isabelle, Mizar...
- ▶ Matra (ligne 14), NASA, Airbus, ...