

FICHE 3 - LOI DES GRANDS NOMBRES, FIABILITÉ

Exercice 1 Que dit la loi forte des grands nombres sur la moyenne des résultats obtenus en lançant un même dé un grand nombre de fois ?

Exercice 2 *Loi forte des grands nombres et pile ou face*

On considère une suite de lancers indépendants de pièces équilibrées. On note $(X_n)_{n \geq 1}$ la suite de variables aléatoires décrivant les résultats : $P(X_n = P) = P(X_n = F) = \frac{1}{2}$ et les X_n ($n \geq 1$) sont indépendantes.

1. Appliquer la loi forte des grands nombres pour montrer que la proportion de piles parmi les n premiers lancers converge presque-sûrement vers $\frac{1}{2}$ lorsque n tend vers $+\infty$.
2. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait qu'un nombre fini de piles dans la suite de lancers ?
3. Quelle est la probabilité que la séquence "PPFFPP" apparaisse une infinité de fois ?

Exercice 3 *Un tout petit peu de fiabilité*

Dans une usine de confection, 5 machines sont nécessaires pour fabriquer une chaussure. Dès que l'une d'elles tombe en panne, la chaîne doit être arrêtée. On modélise la durée de vie (en jours) de ces machines par des variables aléatoires T_1, \dots, T_5 indépendantes, de loi géométrique de paramètres p_1, \dots, p_5 . On note T le temps avant le premier arrêt de la chaîne causé par une panne.

1. Que représentent p_1, \dots, p_5 ? Pourquoi ce modèle de durée de vie peut-il être qualifié de "sans usure" ?
2. Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $P(T_1 > n)$, puis $P(\min(T_1, T_2) > n)$, et $P(T > n)$.
3. En déduire la loi de T . Que vaut $E[T]$?