

CONTRÔLE CONTINU 1 - SÉMINAIRE CATÉGORIES

NOM, Prénom :

Note :

La durée du contrôle est de 40 minutes. Les documents et appareils électroniques ne sont pas autorisés.

Exercice 1.

◇ Représenter graphiquement une catégorie à 3 objets et 6 flèches.

**Exercice 2.**

◇ Est-ce que le morphisme de groupes $f: \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ défini par $\bar{1} \mapsto \bar{3}$ est un monomorphisme (flèche injective) dans la catégorie des groupes? Si oui, le démontrer, sinon, le justifier.

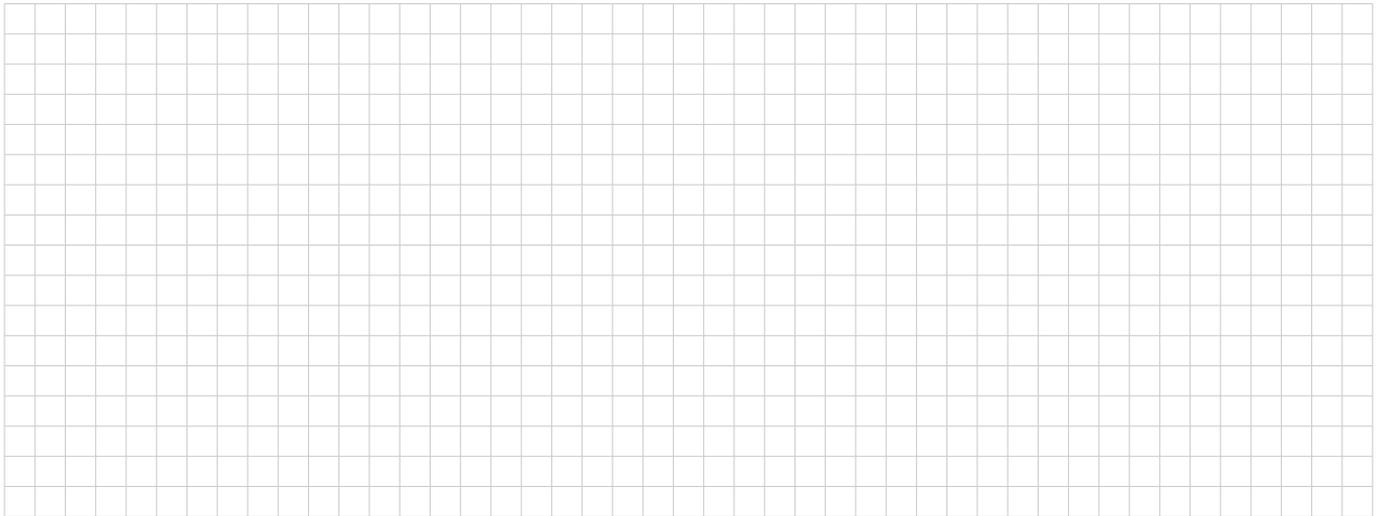


◇ Est-ce que le morphisme de groupes $f: \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ défini par $\bar{1} \mapsto \bar{3}$ est un monomorphisme fort (flèche injective forte) dans la catégorie des groupes? Si oui, le démontrer, sinon, le justifier.



Exercice 3.

- ◇ Peut-on compléter ces données suivantes pour obtenir une catégorie? Si oui, justifier tous les arguments.
FLÈCHES : les flèches de m vers n sont les matrices $\text{Mat}_{n,m}(\mathbb{R})$ à n lignes et m colonnes à coefficients réels.
COMPOSITIONS : la composée de $m \xrightarrow{M} n \xrightarrow{N} k$ est définie par le produit $N \times M$ des matrices.



- ◇ Est-ce que cette catégorie est petite? Est-ce que cette catégorie est localement petite?



Exercice 4.

- ◇ On considère la sous-catégorie \mathcal{Ens}_{surj} de la catégorie \mathcal{Ens} des ensembles dont les flèches sont les applications surjectives. S'il y en a, quels sont ses objets initiaux et terminaux?

