

# Correction du sujet de mathématique générale 2007 (agrégation Nice 2012)

---

## Commentaires généraux

- **Soigner l'écriture** : Si illisible, simplement pas lu.
- **Soigner la présentation** : concours de recrutement de *professeur*. Mettre les conclusions/résultats finaux en valeur. Pour barrer, faites le proprement : un simple trait à la règle. Penser au correcteur ... c'est lui/elle qui donne des points.
- **Etre rigoureux** : ne pas arnaquer, répondre complètement à la question, vérifier les résultats !
- **Rédaction précise et concise**. Mettre « juste » les arguments qui permettent de résoudre la question.
- Si une question suivante donne un résultat différent d'une question précédente : refaire la question précédente en essayant de comprendre l'origine de l'erreur. En tout cas, dire qu'il y a un problème. Le correcteur le verra de toute façon !
- On ne commence pas une phrase par un symbole mathématique. On ne mélange pas phrase en français et phrase en symboles mathématiques.
- Faire des phrases avec des verbes. Pas d'abréviation.
- Il y a des accents en français, « c'est-à-dire », supposer que + subjonctif.
- Utiliser un autre symbole que le signe « - » pour les puces. (Parce que « - » signifie ... « - »).
- Inutile de recopier les énoncés ; cela ne donne aucun point. Faites le au brouillon uniquement.
- Le sujet n'autorisait pas l'usage de la calculatrice (comme celui de 2012). Tous les calculs sont faisables au brouillon, à condition de savoir travailler dans  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ , c'est-à-dire de réduire les multiplications modulo  $n$  au fur et à mesure. C'est d'ailleurs le but de la définition de  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Pour les calculs dans  $\mathbb{F}_{16}$ , l'outil le plus utile, pour réduire les calculs, est le morphisme de Frobenius.

## Commentaires par question

- Question I-1 : Citer le théorème utilisé, ici le théorème de Lagrange. Première question du sujet : montrer patte blanche.
- Question I-2a : seule difficulté = bien poser la récurrence et la faire, même rapidement. Demandez-vous : sur quoi portera les points. Pas sur des trivialités.
- Question I-2b : seule difficulté : bien écrire les algorithmes. Le faire en français simplement, indépendamment de tout langage de programmation. Imaginer que le correcteur ne connaisse pas celui que vous utilisez.

*Le but des premières questions est de tester les connaissances de base : théorèmes élémentaires, logique mathématique, etc.*

- Question I-3b : le groupe  $G$  a 72 éléments et on travaille modulo 148. Que d'erreurs d'inattention !
- Question III-1a : peut-être dire que  $P$  irréductible est équivalent à  $(P)$  idéal maximal car  $F_2[X]$  est principal (euclidien).
- Question III-1b : ne pas utiliser le canon « tout sous-groupe des inversibles d'un corps est cyclique ». Le niveau de la démonstration dépasse largement le niveau de cette question => arnaque. La faire, tout simplement. Et puis, en plus avec cet argument, on ne contrôle pas la véracité de l'équation  $w^4+w^3+1=0$  ...
- Partie III : bien tout démontrer. Ne pas utiliser de « donc » abusif = arnaque.
- Question III-2a : mettre de la structure, c'est-à-dire considérer le morphisme  $x$  donne  $x^5$  de  $(F_{16})^{*}$  dans lui-même. C'est un morphisme de groupes, de noyau à 5 éléments. Donc il y a 5 solutions lorsque «  $a$  » est différent de 0 et elles sont obtenues, à partir des éléments du noyau, par multiplication avec une seule solution. Simple et on n'est sûr de ne pas se tromper.
- Question IV-1c : Pas facile. Démontrer la structure de groupe par transfert à travers une bijection (qui deviendra donc l'isomorphisme recherché).
- Question IV-2 : attention  $(\mathbb{R}^{*}, +)$  et  $(\mathbb{R}, .)$  ne sont pas des groupes !
- Question IV-4b : montrer que  $(\cos t, \sin t, \sin^3 t)$  est un point de la cubique ne suffit pas à dire que l'on a là un paramétrage. Question souvent très mal rédigée.
- Question V-2 : ne sert à rien de recopier la définition donnée à la partie IV. Le but de cette question est de vous faire démontrer les points qui peuvent poser problème.

*Cela ne sert à rien de se dépêcher de faire 5-6 questions à la fin, de manière très mal et très partielle : cela ne rapporte que très peu de points, cf. tableau. Il vaut mieux se concentrer pour en faire moins mais mieux.*

*De manière générale, ne pas se mentir en écrivant des choses qui ne servent à pas grand chose, i.e. sans valeur ajoutée.*

---