RÉSUMÉ DES TRAVAUX DE RECHERCHE

Mes travaux portent globalement sur l'algèbre et la topologie algébrique. Ils sont recensés dans ma thèse, *Dualité de Koszul des props* et dans deux articles indépendants, *Homology of generalized partition posets* et *Pointed and multi-pointed partitions of type A and B.*

Thèse : Dualité de Koszul des props

La dualité de Koszul est une théorie algébrique qui a d'abord été développée par S. Priddy dans les années 70 au niveau des algèbres associatives. Une théorie similaire a été écrite par V.Ginzburg et M.M.Kapranov pour les opérades algébriques en 1994. Une opérade est un objet qui modèlise les opérations d'un type d'algèbres donné et les compositions de celles-ci. La dualité de Koszul des opérades a de nombreuses applications : construction d'un "petit" complexe pour le calcul des groupes d'homologie d'une algèbre, notion d'algèbre à homotopie près, modèle minimal d'une opérade. Les opérades ne tiennent compte que des opérations à n entrées et une seule sortie. Or, dans le cas des bigèbres et des bigèbres de Lie (*cf.* Drinfeld) on a des opérations et aussi des coopérations (à plusieurs sorties) . On doit alors enrichir la notion d'opérade, c'est-à-dire travailler avec des props.

Il est naturel d'essayer d'étendre la dualité de Koszul des opérades aux props. Plusieurs travaux existaient déjà dans cette direction par M. Kontsevich, B. Shoiket, M. Markl et A. A. Voronov. Comme le produit monoïdal $\circ$ des opérades est linéaire à gauche alors que son équivalent au niveau des props $\boxtimes$ ne l'est pas, les démonstrations opéradiques ne sont pas reconductibles au cas des props. Pour pouvoir démontrer cette théorie, j'ai introduis une nouvelle graduation, venant des foncteurs analytiques induits par le produit $\boxtimes$, et généralisé les constructions des bords des graphes-complexes de M. Kontsevich. (Remarquons que ces démonstrations incluent le cas des algèbres associatives et celui des opérades). Ces travaux permettent notamment de définir des théories homologiques naturelles pour les "bigèbres" et les notions de "bigèbres" à homotopie près. Cette théorie donne le calcul de l'homologie de certaines familles de graphes (*cf.* M. Markl et A.A. Voronov).

Dans le premier chapitre de ma thèse, je démontre un théorème qui fournit la construction du monoïde libre dans une catégorie monoïdale abélienne. Cette construction est bien connue dans le cas où le produit est bilinéaire, elle est donnée par les mots. Le cas général est plus compliqué et a été très peu étudié. Grâce à cette construction, j'obtiens notamment les notions d'opérade et de prop libres.

À une algèbre quadratique ou à une opérade quadratique, on peut associer une série de Poincaré. De telles séries sont très utiles (cf. J.-L. Loday). Dans le dernier chapitre, je généralise ces séries au cas des props. Je montre une équation fonctionnelle vérifiée par les séries de Poincaré associées aux props de Koszul. En appliquant ce résultat à une opérade libre particulière, je redémontre sans calcul une formule vérifée par la série génératrice des polytopes de Stasheff.

Deux articles ont été extrait de cette thèse.

Prépublication : Homology of generalized partition posets

À toute opérade ensembliste, j'associe un poset (ensemble partiellement ordonné) du type partition. Le principal résultat de cet article affirme qu'une opérade ensembliste est de Koszul si et seulement si son poset est de Cohen-Macaulay, c'est-à-dire que son homologie est concentrée en dimension maximale. Dans un sens cela permet de calculer l'homologie de ces posets, en terme de représentation du groupe symétrique. (Cette homologie est donnée par la duale de Koszul de l'opérade considérée.) Dans l'autre sens, les méthodes combinatoires pour montrer qu'un poset est de Cohen-Macaulay permettent de démontrer que certaines opérades sont de Koszul sur $\mathbb{Z}$.

Prépublication : Pointed and multi-pointed partitions of type A and B

Cet article a été rédigé en collaboration avec Frédéric Chapoton.

Motivés par le précédent article et inspirés par les posets associés à certaines opérades bien connues, nous introduisons et étudions les posets des partitions pointées et multi-pointées de type A et B (dans la classification des groupes de Coxeter finis). Nous calculons leurs polynomes caractéristiques, leurs algèbres de Hopf d'incidence ainsi que leurs groupes d'homologie (toujours en terme de représentations du groupe symétrique). Pour cela, nous montrons que ces posets sont de Cohen-Macaulay en utilisant les travaux de Björner-Wachs. Comme corollaire, on obtient que certaines operades ($\mathcal{P}erm$, $\mathcal{C}omtrias$) sont de Koszul sur $\mathbb{Z}$.